DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION MARS 2020

MATHEMATIQUES
Série générale
Durée de l'épreuve : 2 heures – 50 points

Ce sujet comporte 8 pages.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	6 points
Exercice 2	10 points
Exercice 3	4 points
Exercice 4	4 points
Exercice 5	6 points
Exercice 6	11 points
Exercice 7	6 points
Présentation de la copie et utilisation de la langue française	3 points

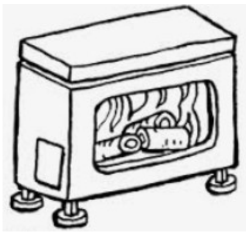
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé,
laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

« MATHEMATIQUES ET MÉTIERS »

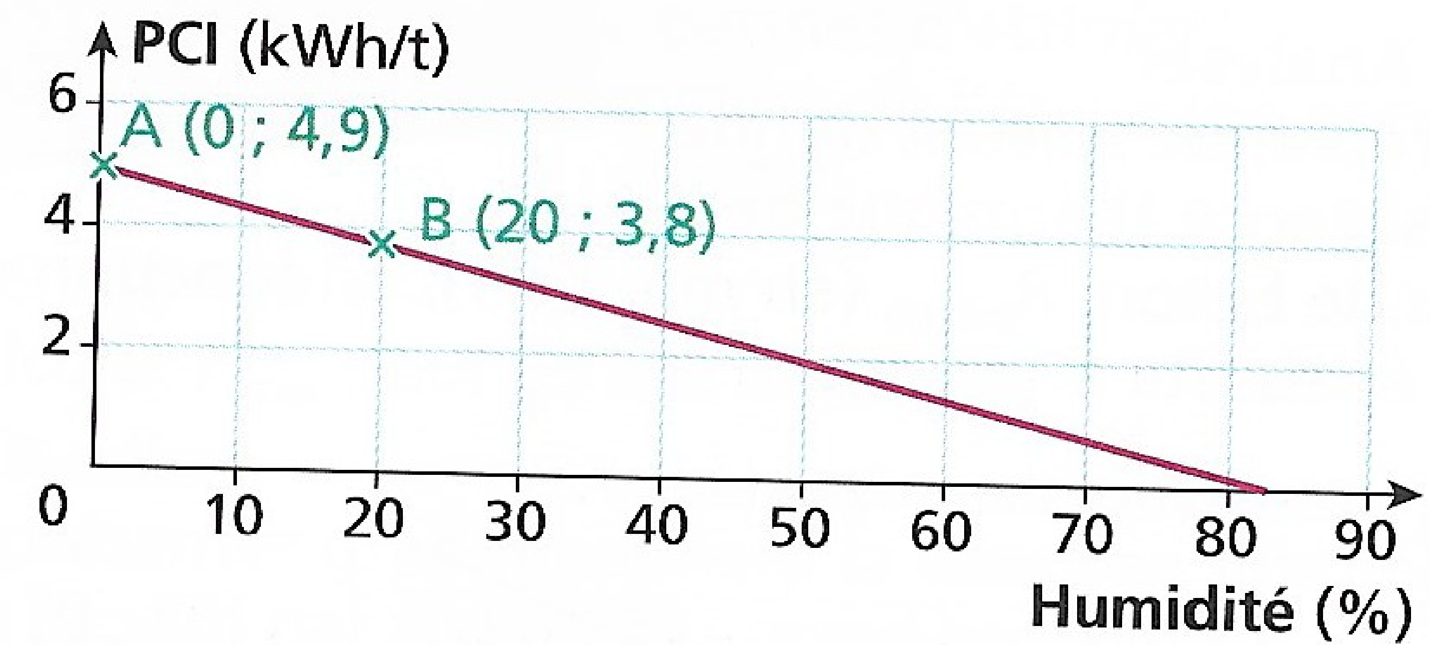
« Chacun à son métier doit toujours s'attacher. »
Jean de La Fontaine

Exercice 1	6 points

Un **monteur en installations thermiques** a installé un poêle à bois chez des clients.



Il veut les conseiller sur le choix du bois à utiliser.
Il dispose, pour le chêne, du graphique suivant où le pouvoir calorifique PCI (en kWh/t) (c'est à dire chaleur de combustion d'une matière combustible) est représenté en fonction du taux d'humidité (en%).



PARTIE A

1- Il affirme : « Lorsque le taux d'humidité (en%) augmente, le pouvoir calorifique PCI (en kWh/t) diminue. ».
A-t-il raison ? Justifier la réponse en observant le graphique.

2- Lire, sur le graphique ci-dessus, le pouvoir calorifique PCI maximal (en kWh/t).

3- Lire, sur le graphique ci-dessus, le taux d'humidité (en%) pour un pouvoir calorifique PCI égal à 2 kWh/t.

PARTIE B

On note f la fonction qui à un taux d'humidité (en%) donné associe le pouvoir calorifique PCI (en kWh/t).

4- Le graphique ci-dessus représente la fonction f.
Lire, sur le graphique ci-dessus, l'image de 20 par la fonction f.

5- La fonction f est définie par $f(x) = -0{,}055x + 4{,}9$.
Calculer l'image de 65 par la fonction f. Détailler les calculs.

6- Aide alors le monteur en installations thermiques à calculer la perte de pouvoir calorifique PCI (en kWh/t) si on utilise des bûches « vertes » (65 % d'humidité) plutôt que des bûches sèches (20 % d'humidité).

Pour en savoir plus sur le métier de monteur en installations thermiques et climatiques :
http://www.onisep.fr/Ressources/Univers-Metier/Metiers/monteur-monteuse-en-installations-thermiques-et-climatiques

1- Il a raison quand il affirme : « Lorsque le taux d'humidité (en%) augmente, le pouvoir calorifique PCI (en kWh/t) diminue » car la courbe qui représente le pouvoir calorifique PCI (en kWh/t) en fonction du taux d'humidité (en%) descend.1 point

2- Le pouvoir calorifique PCI maximal est 4,9 kWh/t.1 point

3- Le taux d'humidité (en%) pour un pouvoir calorifique PCI égal à 2 kWh/t est 50 %.1 point

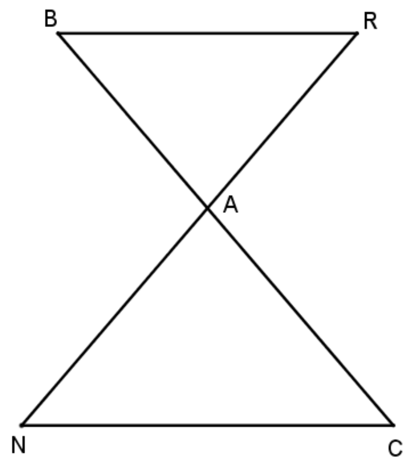
4- L'image de 20 par la fonction f est 3,8.1 point

5- Je calcule f(65)=-0,055 x 65 + 4,9 = - 3,575 + 4,9 = 1,325.
L'image de 62 par la fonction f est 1,325.1 point

6- Je calcule la différence 3,8 – 1,325 = 2,475.
La perte de pouvoir calorifique PCI si on utilise des bûches « vertes » (65 % d'humidité) plutôt que des bûches sèches (20 % d'humidité) est 2,475 kWh/t.1 point

Exercice 2	10 points

Un **chauffeur-livreur** utilise le chariot élévateur à ciseaux ci-dessous.



BR = 80 cm ; RA = 50 cm ; AN = 60 cm ; NC = 1 m.

1- Le chauffeur-livreur pense que son chariot élévateur à ciseaux n'est pas parallèle au sol.
A-t-il raison ?

2- On a : AC = 80 cm.
Le chauffeur-livreur pense que les ciseaux (RN) et (BC) de son chariot élévateur sont perpendiculaires.
A-t-il raison ?

Pour en savoir plus sur le métier de chauffeur-livreur :
http://zoom.onisep.fr/commercedegros/Des-metiers-au-contact-des-autres/Transport-Logistique/Chauffeur-euse-livreur-euse

1- D'une part $\frac{BR}{NC}=\frac{80}{100}=0{,}8$ *1 point*

D'autre part $\frac{AR}{AN}=\frac{50}{60}\approx 0{,}83$ *1 point*

Je constate que $\frac{BR}{NC}\neq\frac{AR}{AN}$ *1 point*
L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée. 1 point
Les droites (BR) et (NC) ne sont pas parallèles.
Le chauffeur a raison lorsqu'il pense que son chariot élévateur à ciseaux n'est pas parallèle au sol. 1 point

2- D'une part $NC^2 = 100^2=10000$ *1 point*
D'autre part $NA^2+AC^2=60^2+80=3600+6400=10000$ *1 point*

Je constate que $NC^2=NA^2+AC^2$ *1 point*
L'égalité de Pythagore est vérifiée. 1 point
Le triangle NAC est rectangle en A.
Le chauffeur a raison lorsqu'il pense que les ciseaux (RN) et (BC) de son chariot élévateur sont perpendiculaires. 1 point

Exercice 3	4 points

Pour un **designer automobile**, l'aérodynamisme d'une voiture est un critère de choix important car il a une influence sur le confort et la consommation.

PARTIE A :

La force de résistance au mouvement F (en Newton N) d'une voiture dépend de :
- son coefficient de pénétration dans l'air C ;
- sa surface frontale S (en m²) ;
- sa vitesse V (en km/h).

Elle s'exprime ainsi : $F = 0,6 \times C \times S \times V^2$.

1- On considère une Berline dont :
→ le coefficient de pénétration est $C = 0,25$;
→ la surface frontale est $S = 2,19$ m².

1- a- Calculer la force de résistance au mouvement F (en N) de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 50 km/h.

1- b- Calculer la force de résistance au mouvement F (en N) de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 120 km/h.

PARTIE B :

2- On considère la fonction f définie par $f(v)=0,33v^2$ pour v compris entre 0 et 130.

2- a- Calculer l'image de 50 par la fonction f. Détailler les calculs.

2- b- Calculer l'image de 120 par la fonction f. Détailler les calculs.

PARTIE C :

3- La fonction f donne-t-elle une bonne approximation de la force de résistance de la Berline étudiée à la question 1 ? Justifier la réponse.

Pour en savoir plus sur le métier de designer automobile :
https://www.cidj.com/metiers/designer-designeuse-automobile

1- a- Je calcule $F = 0,6 \times 0,25 \times 2,19 \times 50^2 = 821,25$.
La force de résistance au mouvement F de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 50 km/h est 821,25 N. 1 point

1- b- Je calcule $F = 0,6 \times 0,25 \times 2,19 \times 120^2 = 4730,4$.
La force de résistance au mouvement F de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 120 km/h est 4730,4 N. 0,5 point

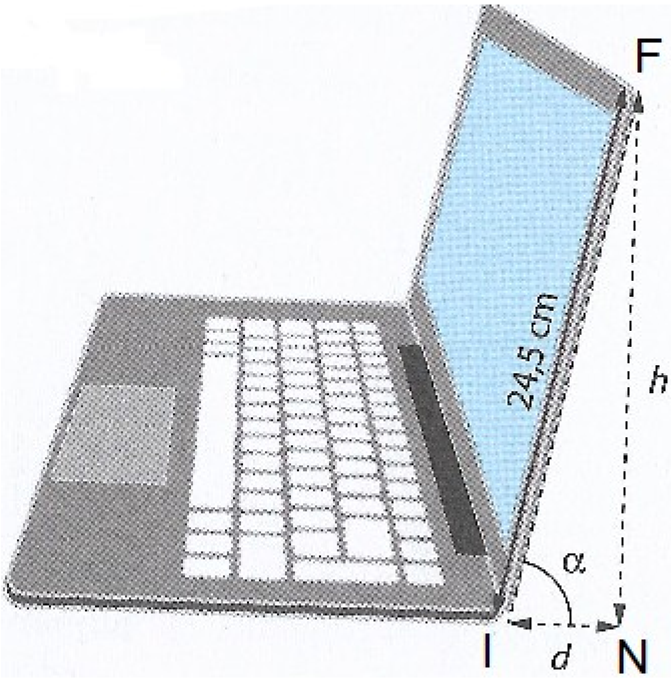
2- a- Je calcule $f(50)=0,33 \times 50^2 = 825$.
L'image de 50 par la fonction f est 825. 1 point

2- b- Je calcule $f(120)=0,33 \times 120^2 = 4752$.
L'image de 120 par la fonction f est 4752. 0,5 point

3- La fonction f donne une bonne approximation de la force de résistance de la Berline étudiée à la question 1 car : 0,5 point
- l'image de 50 par la fonction f est proche de la force de résistance au mouvement F de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 50 km/h ;
- l'image de 120 par la fonction f est proche de la force de résistance au mouvement F de cette Berline lorsqu'elle roule à la vitesse V = 120 km/h. 0,5 point

Exercice 4	4 points

Un **vendeur en micro-informatique** explique à un client : « En fonction de la position (debout ou assis) que vous avez en face de l'ordinateur, vous devez adapter l'angle d'inclinaison α de l'écran afin que la vision soit meilleure. ».



1- Lorsque vous êtes debout en face de l'ordinateur, il est conseillé de prendre $\alpha = \widehat{FIN} = 52°$.
Calculer alors la hauteur h = NF. Donner la valeur arrondie au millimètre près.

2- Lorsque vous êtes assis en face de l'ordinateur, il est conseillé de prendre d = IN = 5 cm et h = NF = 24 cm.
Calculer alors l'angle d'inclinaison $\alpha = \widehat{FIN}$ de l'écran. Donner la valeur arrondie au degré près.

Pour en savoir plus sur le métier de vendeur en micro-informatique :
http://www.onisep.fr/Ressources/Univers-Metier/Metiers/vendeur-vendeuse-en-micro-informatique-et-multimedia

1- h = FN = ?

Le triangle INF est rectangle en N. *0,5 point*

$$\sin \widehat{FIN} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{FIN}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin \widehat{FIN} = \frac{h}{IF}$$ *0,5 point*

$$\sin 52 = \frac{h}{24{,}5}$$ *0,5 point*

$$h = 24{,}5 \times \sin 52$$

$$h \approx 19{,}3 \,(\text{valeur approchée au mm près})$$ *0,5 point*

La longueur h est environ égale à 19,3 cm.

2- $\alpha = \widehat{FIN} = ?$

Le triangle INF est rectangle en N. *0,5 point*

$$\cos \widehat{FIN} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{FIN}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{FIN} = \frac{d}{IF}$$ *0,5 point*

$$\cos \widehat{FIN} = \frac{5}{24{,}5}$$ *0,5 point*

$$\widehat{FIN} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{24{,}5}\right)$$

$$\widehat{FIN} \approx 78 \,(\text{valeur arrondie au degré près})$$ *0,5 point*

L'angle $\widehat{FIN}$ mesure environ 78°.

Autres méthodes pour trouver la mesure de 'angle $\widehat{FIN}$: sinus, tangente.

Exercice 5	6 points

Dans une usine de boulonnerie-visserie, un **tourneur-fraiseur** fabrique des vis métalliques de longueur 2 cm. Il observe néanmoins des petites différences sur les longueurs.
Pour savoir si la machine est bien réglée, il prélève un échantillon de 40 vis, il les mesure et obtient les résultats suivants :

Longueur (en cm)	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4
Effectif	2	1	6	6	8	5	5	2	3	2
Effectif cumulé	2	3	9	15	23	28	33	35	38	40

1- Calculer la longueur moyenne d'un vis de cet échantillon.

2- Calculer l'étendue des longueurs.

3- Calculer la longueur médiane d'un vis de cet échantillon.

4- On considère que la machine est correctement réglée si environ 95 % des longueurs des vis de l'échantillon sont comprises entre 1,76 cm et 2,24 cm.
La machine est-elle correctement réglée ? Justifier la réponse.

Pour en savoir plus sur le métier de tourneur-fraiseur :
http://www.onisep.fr/Pres-de-chez-vous/Bourgogne-Franche-Comte/Dijon/L-industrie-en-BFC/Les-metiers-en-tension/Tourneur-fraiseur-tourneuse-fraiseuse

Pour en savoir plus sur le BAC PRO Technicien d'usinage (à Gustave Eiffel à Armentières par exemple) :
http://www.onisep.fr/Ressources/Univers-Formation/Formations/Lycees/Bac-pro-Technicien-d-usinage

1- Je calcule :

$$moy=\frac{2\times1{,}5+1\times1{,}6+6\times1{,}7+6\times1{,}8+8\times1{,}9+5\times2+5\times2{,}1+2\times2{,}2+3\times2{,}3+2\times2{,}4}{2+1+6+6+8+5+5+2+3+2}$$

$$moy=\frac{77{,}4}{40}$$

$moy=1{,}935$ *1 point*

La longueur moyenne d'un tube de cet échantillon est 1,935 cm.

2- Je calcule :

e = valeur maximale – valeur minimale = 2,4 – 1,5 = 0,9.

L'étendue des longueurs est 0,9 cm.1 point

3- L'effectif total est 40, c'est un nombre pair.
40 : 2 = 20

La médiane est : $Med=\frac{20e\,valeur+21e\,valeur}{2}$ *1 point*

$$Med=\frac{1{,}9+1{,}9}{2}$$

Med = 1,9
La longueur médiane est 1,9 cm.0,5 point

4-
Étape 1 : je compte le nombre de vis dont la longueur est comprise entre 1,76 cm et 2,24 cm :

6+8+5+5+2=16 *0,5 point*

Étape 2 : je calcule le pourcentage de vis dont la longueur est comprise entre 1,76 cm et 2,24 cm :
$\frac{16}{40}=\frac{?}{100}$ *1 point*
Il y a 40 % de vis dont la longueur est comprise entre 1,76 cm et 2,24 cm, c'est très inférieur à 95 %, la machine n'est pas bien réglée. *0,5 point*

Autre méthode : 95 % de 40 vis = 38 vis > 16 vis

0,5 point sur l'ensemble de l'exercice si l'élève a précisé l'unité au moins 2 fois sur les 3 premières questions (moyenne, étendue, médiane).

Exercice 6	11 points

Rémi et Joël, deux **développeurs informatiques**, vont coder les programmes de calculs ci-dessous.

Programme de Rémi	Programme de Joël
Choisir un nombre. Soustraire 3 au nombre choisi. Additionner 5 au nombre choisi. Multiplier la différence obtenue et la somme obtenue.	Choisir un nombre. Élever le nombre choisi au carré. Calculer le double du nombre choisi. Ajouter la carré obtenu et le double obtenu. Soustraire 15 à la somme obtenue.

1- Combien donne le programme de Rémi lorsque l’on choisit 7 au départ ?

2- Vérifier que le programme de Joël donne 65 lorsque l’on choisit 8 au départ.

3- Pour quels nombres de départ le programme de Rémi donne-t-il 0 ?

4- Combien donne le programme de Joël lorsque l’on choisit -5 au départ ?

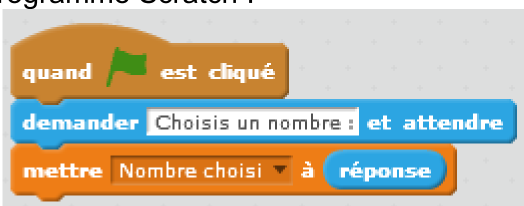
5- Le programme de Joël donne un résultat positif pour n’importe quel nombre choisi au départ.
Vrai ou faux ?
Démontrer à l’aide du calcul littéral si c’est vrai, réfuter à l’aide d’un contre-exemple si c’est faux.

6- On choisit un nombre x au départ. Donner l’expression du programme de Rémi en fonction de x.

7- On choisit un nombre x au départ. Donner l’expression du programme de Joël en fonction de x.

8- Le programme de Rémi et le programme de Joël donnent toujours le même résultat pour n’importe quel nombre choisi au départ.
Vrai ou faux ?
Démontrer à l’aide du calcul littéral si c’est vrai, réfuter à l’aide d’un contre-exemple si c’est faux.

9- Rémi a commencé à écrire un programme Scratch :



Indiquer l’ordre des lignes pour terminer son programme.

<table>
<tr><td>Ligne 1</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Ligne 2</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Ligne 3</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Ligne 4</td><td>
</td></tr>
</table>

Pour en savoir plus sur le métier de développeur informatique :
http://www.onisep.fr/Ressources/Univers-Metier/Metiers/developpeur-developpeuse-informatique

1- On choisit 7.
On applique le programme de Rémi :
7-3=4
7+5=12
4x12=48
On obtient 48. 1 point

2- On choisit 8.
On applique le programme de Joël :
8²=8x8=64
8x2=16
64+16=80
80-15=65
On obtient bien 65. 1 point

3- Le programme de Rémi donne 0 lorsque l'on choisit 3 au départ, en effet (3-3)x(3+5)=0x8=0. 0,5 point
Le programme de Rémi donne également 0 lorsque l'on choisit -5 au départ, en effet (-5-3)x(-5+5)=-8x0=0. 0,5 point

4- On choisit -5.
On applique le programme de Joël :
(-5)²=(-5)x(-5)=25 0,5 point si l'élève a bien utilisé les parenthèses
(-5)x2=-10
25+(-10)=25-10=15
15-15=0
On obtient 0. 0,5 point

5- Il est faux d'affirmer que le programme de Joël donne un résultat positif pour n'importe quel nombre choisi au départ.
Je vais réfuter cette affirmation à l'aide d'un contre-exemple.
On choisit 0.
On applique le programme de Joël :
0²=0x0=0
0x2=0
0+0=0
0-15=-15<0 1 point

6- On choisit un nombre x.
On applique le programme de Rémi.
On obtient : (x-3)(x+5). 1 point

7- On choisit un nombre x.
On applique le programme de Joël.
On obtient : x²+2x-15. 1 point

8- Il est vrai d'affirmer que le programme de Rémi et le programme de Joël donnent toujours le même résultat pour n'importe quel nombre choisi au départ.
Je vais démontrer cette affirmation à l'aide du calcul littéral.
On choisit un nombre x quelconque.
Avec le programme de Rémi, on obtient : (x-3)(x+5) d'après la question 6.
Avec le programme de Joël, on obtient : x²+2x-15 d'après la question 7.
Je développe l'expression produit de Rémi à l'aide de la double distributivité puis je réduis :
(x-3)(x+5) = x²+5x-3x-15 = x²+2x-15.
1 point si l'élève a bien développé avec la double distributivité
1 point si l'élève a bien réduit l'expression littérale obtenue après avoir développé.

9- L'ordre des lignes du programme Scratch est : 3-4-1-2
2 points

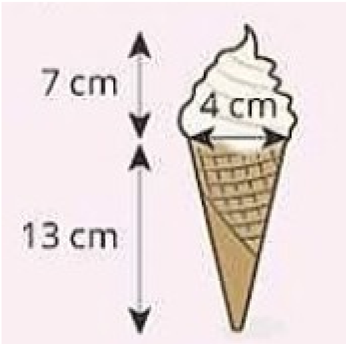
Exercice 7	6 points

Un **glacier** prépare des cornets de glace.

Un cornet de glace (document 1) est entièrement rempli de glace et est constitué de 2 parties ::
→ un cône de glace de diamètre 4 cm et de hauteur 13 cm dans une gaufrette ;
→ un cône de glace de diamètre 4 cm et de hauteur 7 cm.

Le glacier utilise un pot de glace (document 2) entièrement rempli et dont la forme est un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 16 cm.

Document 1 : le cornet de glace :



Document 2 : le pot de glace :

Combien de cornets de glace le glacier peut-il préparer ?

Pour en savoir plus sur le métier de glacier :
http://www.onisep.fr/Ressources/Univers-Formation/Formations/Lycees/CAP-Glacier-fabricant

Étape 1 : Je calcule le volume d'un cornet de glace (document 1) :

→ Je calcule d'abord le volume du cône de glace de diamètre 4 cm et de hauteur 13 cm dans une gaufrette :

$$V=\frac{B\times h}{3}$$

avec :
→ $B = aire\ de\ la\ base = \pi\times R^2 = \pi\times 2^2 = 4\pi$
→ $h = hauteur = 13$
donc :

$$V=\frac{4\pi\times 13}{3}=\frac{52\pi}{3}\ (valeur\ exacte\ en\ fonction\ de\ \pi)$$ *1 point*

→ Je calcule ensuite le volume du cône de glace de diamètre 4 cm et de hauteur 7 cm.

$$V=\frac{B\times h}{3}$$

avec :
→ $B = aire\ de\ la\ base = \pi\times R^2 = \pi\times 2^2 = 4\pi$
→ $h = hauteur = 7$
donc :

$$V=\frac{4\pi\times 7}{3}=\frac{28\pi}{3}\ (valeur\ exacte\ en\ fonction\ de\ \pi)$$ *1 point*

→ *Je calcule enfin le volume total de glace dans le cornet :*

$$V=\frac{52\pi}{3}+\frac{28\pi}{3}$$
$$V=\frac{80\pi}{3}(\text{valeur exacte en fonction de } \pi)$$
$$V\approx 83{,}78(\text{valeur approchée})$$ *1 point*

Étape 2 : Je calcule le volume d'un pot de glace (document 2) :

$$V=B\times h$$
avec :

→ $B=\text{aire de la base}=\pi\times R^2=\pi\times 5^2=25\pi$

→ $h=\text{hauteur}=16$

donc :

$$V=25\pi\times 16$$
$$V=400\pi(\text{valeur exacte en fonction de } \pi)$$
$$V\approx 1256{,}636(\text{valeur approchée})$$ *1 point*

Étape 3 : Je calcule le nombre de cornets de glace le glacier qu'il peut préparer :

→ *Pour les élèves qui effectuent le calcul avec les valeurs exactes en fonction de* π *:*

$$400\pi\div\frac{80}{3}\pi=15$$ *1 point*

Il peut préparer 15 cornets de glace.1 point

→ *Pour les élèves qui effectuent le calcul avec les valeurs approchées :*

$$1256{,}636:83{,}78\approx 14{,}99923\ldots$$ *1 point*

Il peut préparer 14 cornets de glace. 1 point

Remarque : Cette deuxième méthode avec une valeur arrondie plutôt que la valeur exacte en fonction de π *est moins précise, moins rigoureuse.*
La réponse cohérente avec le résultat de la division est alors 14 cornets de glace.