

# BREVET BLANC 2

Avril 2017

Épreuve Scientifique :

**MATHEMATIQUES**

Durée de l'épreuve : 2h00

Le candidat répondra sur une copie.

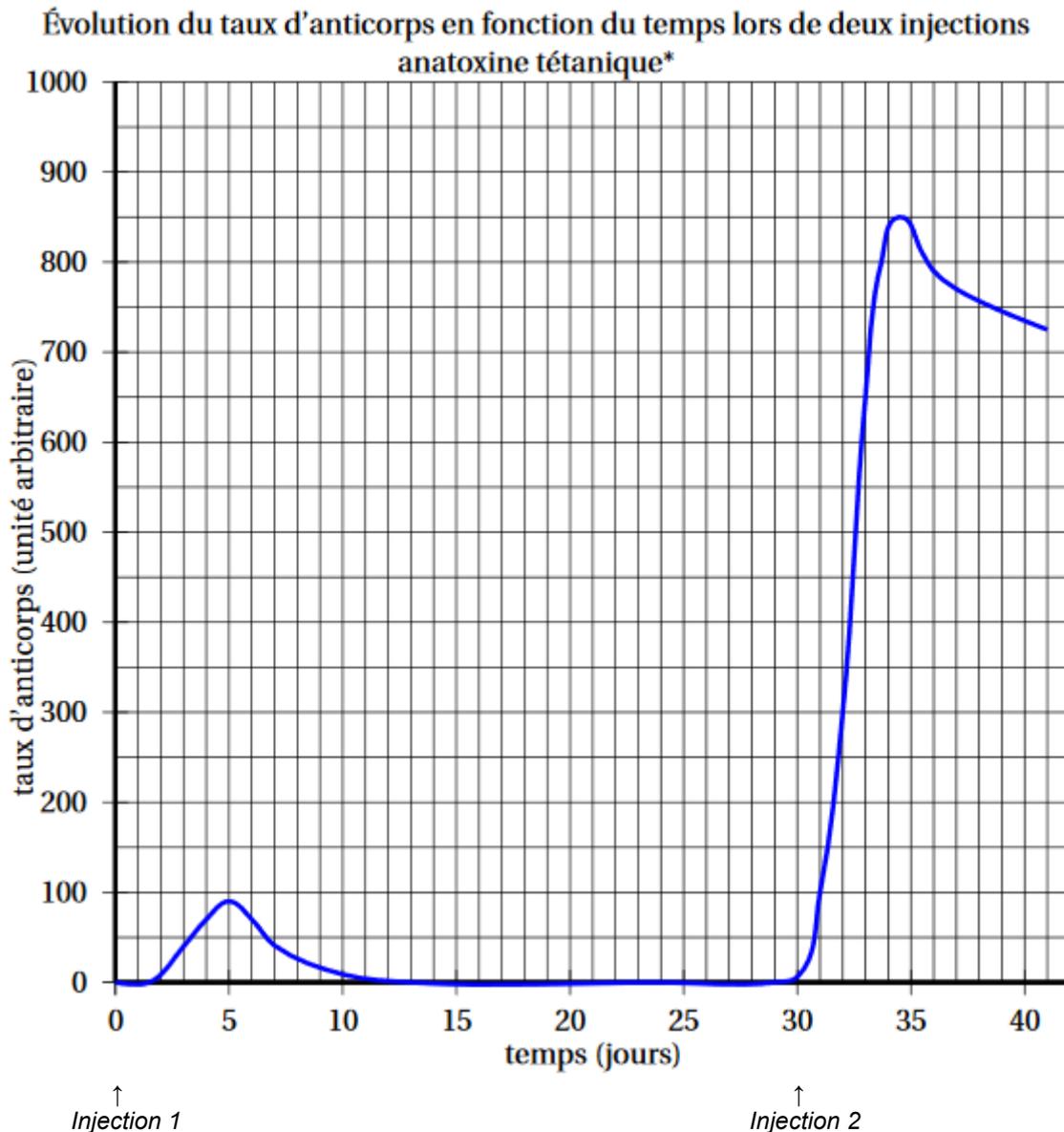
Le candidat traitera les exercices dans l'ordre souhaité.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercices	45 points
Qualité de rédaction, orthographe, soin et présentation	5 points



La vaccination consiste à introduire dans l'organisme une substance contre laquelle il va fabriquer des anticorps. Ces anticorps lui permettront de combattre la maladie s'il est en contact avec le virus par la suite. Pour vacciner Pablo contre le tétanos, le médecin lui a fait deux injections d'anatoxine tétanique à 30 jours d'intervalle : la première injection a lieu le jour 0 et la deuxième injection a lieu le jour 30. Il a réalisé des prises de sang quotidiennes pour suivre le taux d'anticorps dans l'organisme de Pablo :



1- Après la première injection :

1- a- combien de jours faut-il attendre pour constater une présence d'anticorps ?

Après la première injection, il faut attendre 2 jours pour constater une présence d'anticorps.

1- b- quelle est la valeur maximale approximative du taux d'anticorps atteinte ?

Après la première injection, la valeur maximale approximative du taux d'anticorps atteinte est environ 90.

1- c- au bout de combien de jours, approximativement, Pablo n'a-t-il plus d'anticorps dans son organisme ?

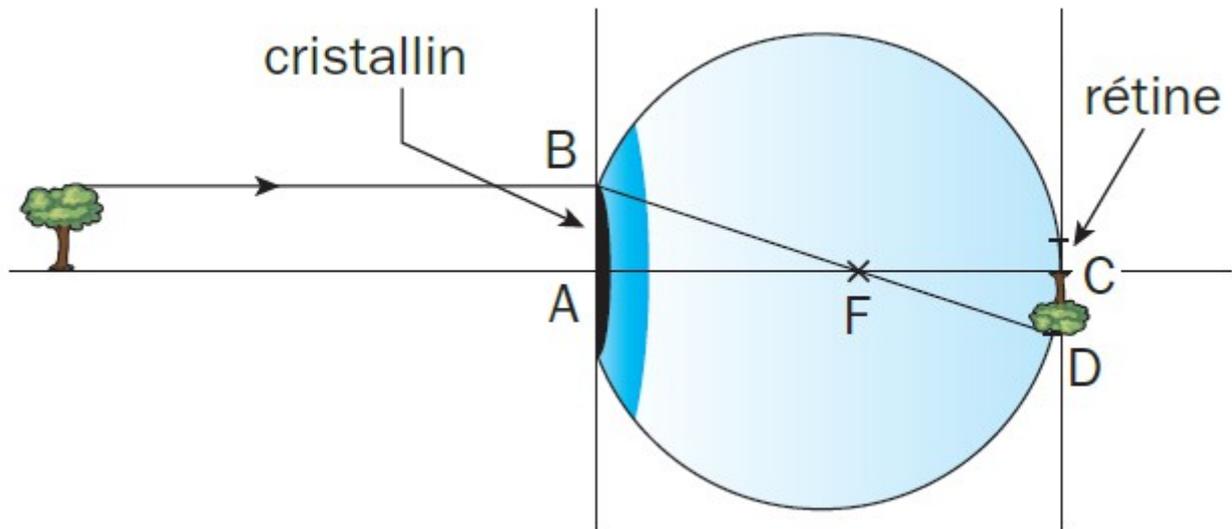
Après la première injection, Pablo n'a plus d'anticorps dans son organisme au bout de environ 12 jours.

2- Après la seconde injection, durant combien de jours environ le taux d'anticorps est-il supérieur à 800 ?

Après la seconde injection, le taux d'anticorps est supérieur à 800 durant environ 2 jours.

L'œil est l'organe de la vision.

Le cristallin projette sur la rétine une image réduite et inversée selon le schéma suivant.



On a :  $(AB) \parallel (CD)$  ;  $AB = 5,5 \text{ mm}$  ;  $AF = 16,5 \text{ mm}$  et  $FC = 1,5 \text{ mm}$ .  
Calculer la distance  $CD$  (en mm).

Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.

L'égalité de Thalès me permet d'écrire :

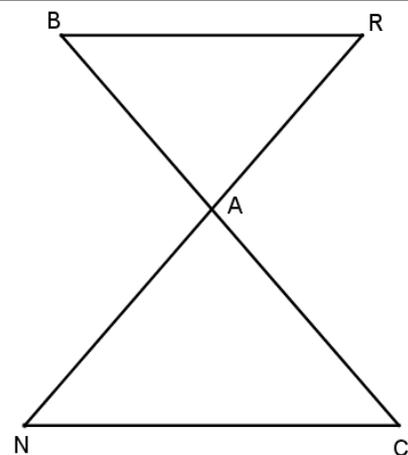
$$\frac{FC}{FA} = \frac{FD}{FB} = \frac{CD}{AB}$$

$$\frac{1,5}{16,5} = \frac{FD}{FB} = \frac{CD}{5,5}$$

Pour calculer  $CD$ , j'utilise  $\frac{1,5}{16,5} = \frac{CD}{5,5}$  et je trouve  $CD = \frac{1,5 \times 5,5}{16,5} = 0,5$  .

La distance  $CD$  est égale à  $0,5 \text{ mm}$ .

Un ambulancier pense que son brancard n'est pas parallèle au sol.



$BR = 80 \text{ cm}$  ;  $RA = 45 \text{ cm}$  ;  $AN = 50 \text{ cm}$  ;  $NC = 1 \text{ m}$ .

A-t-il raison ?

D'une part  $\frac{AR}{AN} = \frac{45}{50} = 0,9$

D'autre part  $\frac{BR}{NC} = \frac{80}{100} = 0,8$

Je constate que  $\frac{AR}{AN} \neq \frac{BR}{NC}$

L'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

Donc les droites (BR) et (NC) ne sont pas parallèles.

L'ambulancier a raison : son brancard n'est pas parallèle au sol.

Exercice 4	Rythme cardiaque	12 points
------------	------------------	-----------

Lors d'une activité sportive, il est conseillé de surveiller son rythme cardiaque.

On appelle  $f$  la fonction qui, à un âge donné  $a$  (en années), associe la fréquence cardiaque maximale recommandée  $f$  (en battements par minute) à cet âge :  $f(a) = 208 - 0,75 \times a$ .

1- Quelle est la nature de la fonction  $f$  ? Justifier la réponse.

La fonction  $f$  est affine car son expression est de la forme  $ma + p$  avec  $m = -0,75$  et  $p = 208$ .

2- a- Calculer  $f(60)$ .

Je calcule  $f(60) = 208 - 0,75 \times 60 = 208 - 45 = 163$ .

L'image de 60 par la fonction affine  $f$  est 163.

2- b- Interpréter la réponse obtenue.

A 60 ans, la fréquence cardiaque maximale conseillée est égale à 163 battements par minute.



3- a- Déterminer l'antécédent de 184 par la fonction  $f$ .

Je cherche  $a$  tel que  $f(a) = 184$

$$208 - 0,75 \times a = 184$$

$$208 - 184 - 0,75 \times a = 184 - 184$$

$$24 - 0,75 \times a = 0$$

$$24 - 0,75 \times a + 0,75 \times a = 0 + 0,75 \times a$$

$$24 = 0,75 \times a$$

$$\frac{24}{0,75} = \frac{0,75 \times a}{0,75}$$

$$a = 32$$

L'antécédent de 184 par la fonction affine  $f$  est 32.

3- b- Interpréter la réponse obtenue.

C'est à 32 ans que la fréquence cardiaque maximale conseillée est 184 battements par minute.

4- Kim a utilisé un tableur pour obtenir un tableau de valeurs de la fonction  $f$ .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	5	10	15	20	25	30	35	40
2	f(a)	204,25	200,5	196,75	193	189,25	185,5	181,75	178

4- a- Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule B2 ?

Dans la cellule B2, il a entré la formule  $= 208 - 0,75 * B1$ .

4- b- Qu'a-t-il fait ensuite pour compléter le tableau ?

Pour compléter le tableau, il a étiré (étendu, généralisé).

5- Nila a 20 ans. Lors de ses entraînements de course à pied, elle surveille son rythme cardiaque.

Est-il vrai que dans 20 ans sa fréquence cardiaque maximale aura diminué d'environ 8% ?

Nil a 20 ans, sa fréquence cardiaque maximale est 193 battements par minute (par calcul ou pare lecture du tableau).

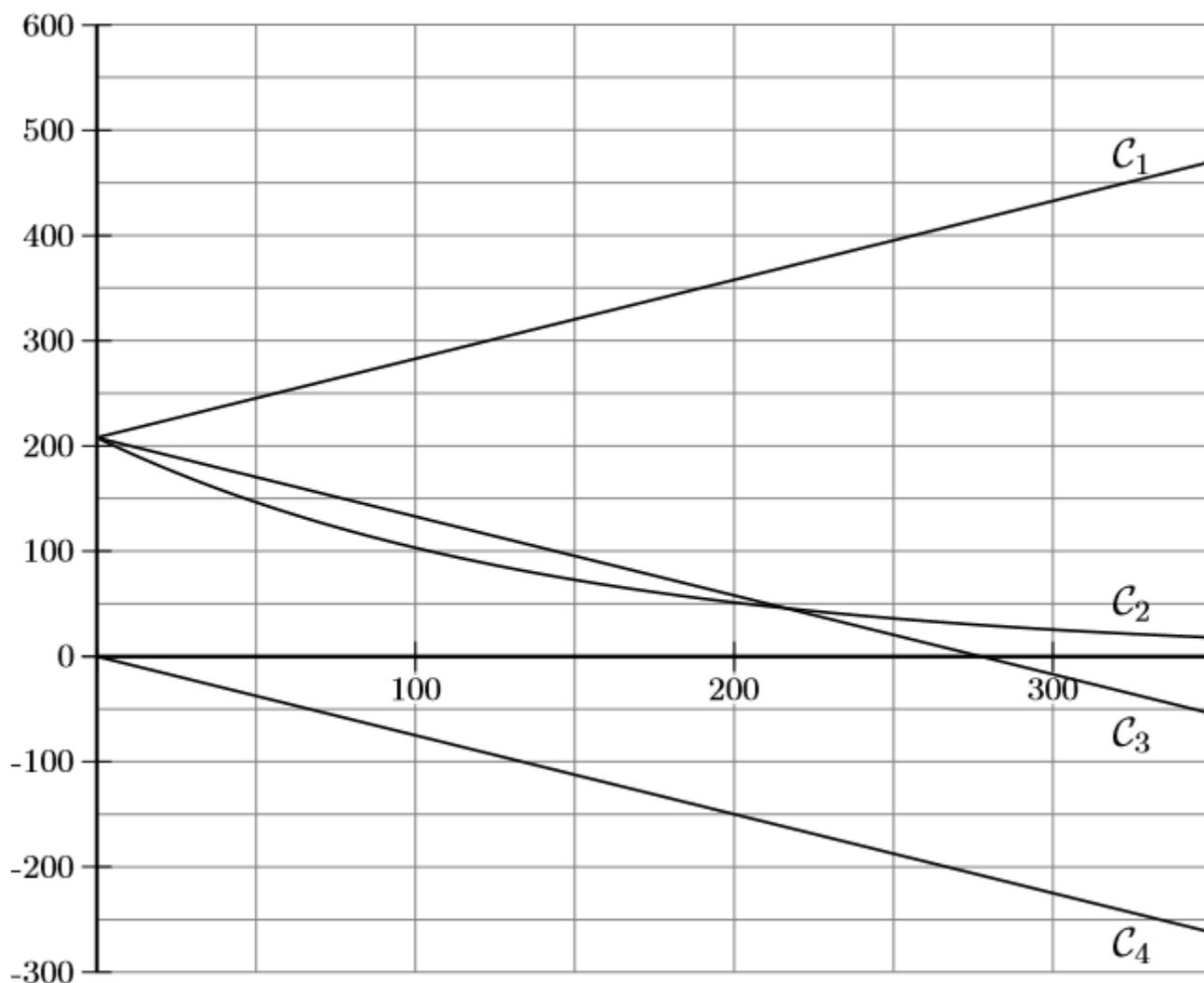
Dans 20 ans, Nila aura 20 ans + 20 ans = 40 ans, sa fréquence cardiaque maximale sera 178 battements par minute (par calcul ou pare lecture du tableau).

$$8\% \text{ de } 193 = \frac{8 \times 193}{100} = 15,44.$$

$$193 - 15,44 = 177,56 \approx 178$$

Il est vrai que dans 20 ans sa fréquence cardiaque maximale aura diminué d'environ 8%.

6- Quelle courbe représente la fonction f :  $C_1$  ,  $C_2$  ,  $C_3$  ou  $C_4$  ?



La courbe qui représente la fonction affine f est  $C_3$  .

Exercice 5	Groupes sanguins	5 points
------------	------------------	----------

Le sang sert à transporter l'oxygène dans tous les organes du corps humain. Il est constitué de plasma, de globules blancs, de globules rouges et de plaquettes sanguines. Ce sont les globules rouges qui assurent le transport de l'oxygène dans le corps.

La répartition des groupes sanguins dans la population française est présentée dans le tableau ci-dessous.

		Groupe sanguin			
		O	A	B	AB
Rhésus	+	36%	38%	8%	3%
	-	6%	7%	1%	1%

On choisit au hasard une personne.

On assimile les probabilités aux fréquences observées.

1- Quelle est la probabilité de l'événement B+ : « La personne est du groupe B rhésus positif. » ?

$$P(B+) = 8\% = \frac{8}{100} = 0,08.$$

2- Quelle est la probabilité de l'événement R- : « La personne est de rhésus négatif » ?

$$P(R-) = 6\% + 7\% + 1\% + 1\% = 15\% = \frac{15}{100} = 0,15.$$

3- Quelle est la probabilité de l'événement A : « La personne est du groupe A. » ?

$$P(A) = 38\% + 7\% = 45\% = \frac{45}{100} = 0,45.$$

4- Les produits sanguins recueillis lors des dons ne peuvent pas être administrés à n'importe quel receveur. Les systèmes ABO et rhésus définissent la comptabilité sanguine entre deux individus. Une personne A+ doit être transfusée : elle doit recevoir du sang. Un donneur se présente.

		DONNEUR							
		O-	O+	B-	B+	A-	A+	AB-	AB+
RECEVEUR	AB+	●	●	●	●	●	●	●	●
	AB-	●		●		●		●	
	A+	●	●			●	●		
	A-	●				●			
	B+	●	●	●	●				
	B-	●		●					
	O+	●	●						
	O-	●							

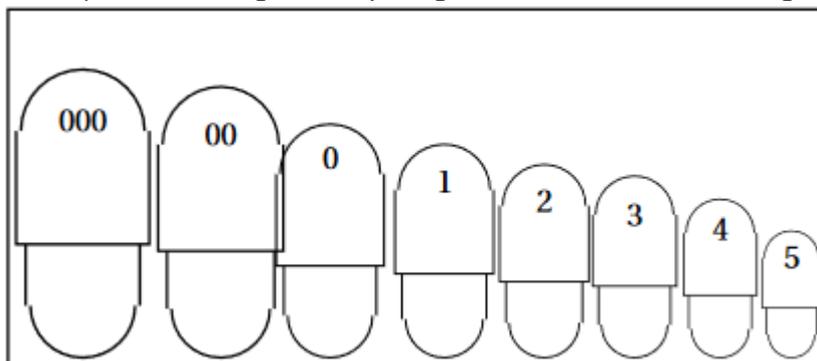
Quelle est la probabilité que le sang du donneur soit compatible avec le sang du receveur ?

$$P(\text{compatible}) = P(O-) + P(O+) + P(A-) + P(A+) = 6\% + 36\% + 7\% + 38\% = 87\% = \frac{87}{100} = 0,87.$$

Exercice 6	Gélule	5,5 points
------------	--------	------------

La gélule est une forme médicamenteuse utilisée quand le médicament qu'elle contient a une odeur forte ou un goût désagréable que l'on souhaite cacher.

On trouve des gélules de différents calibres. Ces calibres sont numérotés de « 000 » à « 5 » comme le montre l'illustration ci-contre (« 000 » désignant le plus grand calibre et « 5 » désignant le plus petit) :

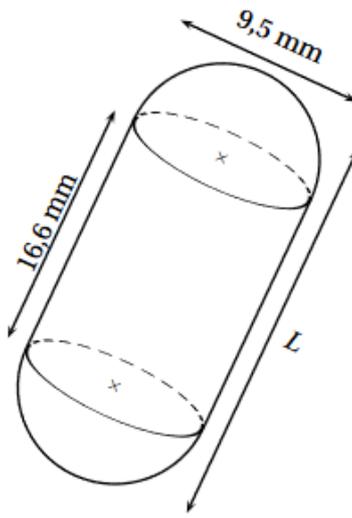


Le tableau suivant donne la longueur de ces différents calibres de gélule :

Calibre de la gélule	000	00	0	1	2	3	4	5
Longueur $L$ de la gélule (en mm)	26,1	23,3	21,7	19,4	18,0	15,9	14,3	11,1

Source : « Technical Reference File 1st edition CAPSUGEL - Gélules Coni-Snap

On considère une gélule constituée de deux demi-sphères identiques de diamètre 9,5 mm et d'une partie cylindrique d'une hauteur de 16,6 mm comme l'indique le croquis ci-dessous :



Cette représentation n'est pas en vraie grandeur.

1- À quel calibre correspond cette gélule? Justifier votre réponse.

$$L = 16,6 \text{ mm} + 9,5 \text{ mm} = 26,1 \text{ mm}.$$

Le calibre de cette gélule est donc 000.

2- Démontrer que la valeur approchée au  $\text{mm}^3$  près du volume de cette gélule est  $1626 \text{ mm}^3$   
On rappelle les formules suivantes :

<p>Volume d'un cylindre de rayon <math>R</math> et de hauteur <math>h</math></p> $V = \pi \times R^2 \times h$	<p>Volume d'un cône de rayon de base <math>R</math> et de hauteur <math>h</math></p> $V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$	<p>Volume d'une sphère de rayon <math>R</math> :</p> $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$
--	--	--

Étape 1 : je calcule le volume du cylindre :

$$V = \pi \times R^2 \times h$$

$$V = \pi \times 4,75^2 \times 16,6$$

$$V = 374,5375\pi$$

Étape 2 : je calcule le volume des deux demi-boules c'est à dire le volume de la boule entière :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,75^3$$

$$V = \frac{428,6875}{3} \times \pi$$

Étape 3 : je calcule le volume de la gélule entière :

$$V = 374,5375\pi + \frac{428,6875}{3} \times \pi$$

$$V \approx 1626$$

Le volume de cette gélule est environ  $1626 \text{ mm}^3$  .

3- Robert tombe malade et son médecin lui prescrit comme traitement une boîte d'antibiotique conditionné en gélules correspondant au croquis ci-dessus.

La boîte d'antibiotique contient 3 plaquettes de 6 gélules.

Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de  $0,615 \text{ mg/mm}^3$  .

Quelle masse (en g) d'antibiotique Robert a-t-il absorbée durant son traitement?

Donner la valeur arrondie à l'unité près.

Chaque gélule de cet antibiotique a une masse volumique de  $0,615 \text{ mg/mm}^3$  , cela signifie que  $1 \text{ mm}^3$  de cet antibiotique a une masse de  $0,615 \text{ mg}$ .

Étape 1 : je calcule la masse d'une gélule :  
 $1626 \times 0,615 = 999,99 \text{ mg}$

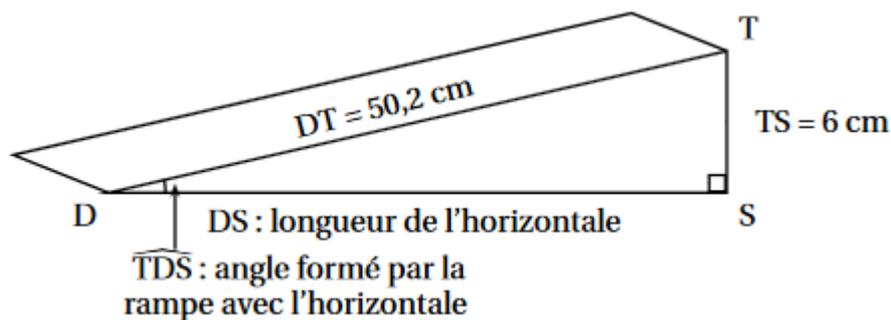
Étape 2 : je calcule la masse d'une plaquette de 6 gélules :  
 $6 \times 999,99 \text{ mg} = 5\,999,94 \text{ mg}$

Étape 3 : je calcule la masse d'une boîte de 3 plaquettes de 6 gélules :  
 $3 \times 5\,999,94 \text{ mg} = 17\,999,82 \text{ mg} = 17,99982 \text{ g}$

Robert a absorbé environ 18 g d'antibiotique durant son traitement.

Exercice 7	Rampe d'accès	7,5 points
------------	---------------	------------

Une boulangerie veut installer une rampe d'accès pour des personnes à mobilité réduite.  
Le seuil de la porte est situé à 6 cm du sol.



1- Démontrer que la valeur arrondie au millimètre près de la longueur DS est 49,8 cm.

Le triangle DST est rectangle en S.

L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :

$$DT^2 = DS^2 + ST^2$$

$$50,2^2 = DS^2 + 6^2$$

$$2520,04 = DS^2 + 36$$

$$2520,04 - 36 = DS^2 + 36 - 36$$

$$DS^2 = 2484,04$$

$$DS = \sqrt{2484,04}$$

$$DS \approx 49,8 \text{ cm}$$

La longueur DS est environ égale à 49,8 cm.

2- Cette rampe est-elle conforme à la norme ? Justifier.

Le triangle DST est rectangle en S.

$$\cos \widehat{TDS} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{TDS}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{TDS} = \frac{DS}{DT}$$

$$\cos \widehat{TDS} \approx \frac{49,8}{50,2}$$

A l'aide de la touche  $\cos^{-1}$  de la calculatrice, je trouve :  $\widehat{TDS} \approx 7,2^\circ$

La longueur de l'horizontale est 49,8 cm, elle est bien inférieure à 0,5 m = 50 m.

Dans ce cas, l'angle peut aller jusqu'à  $7^\circ$ , mais ici l'angle mesure environ  $7,2^\circ$ , il dépasse  $7^\circ$ , la rampe n'est donc pas conforme à la norme.

Document : Extrait de la norme relative aux rampes d'accès pour des personnes à mobilité réduite :

La norme impose que la rampe d'accès forme un angle inférieur à  $3^\circ$  avec l'horizontale sauf dans certains

cas particuliers.

Cas particuliers :

L'angle formé par la rampe avec l'horizontale peut aller :

– jusqu'à 5° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 2 m.

– jusqu'à 7° si la longueur de l'horizontale est inférieure à 0,5 m.

Exercice 8	Sel	3 points
------------	-----	----------

Voici deux articles tirés de la brochure « TOP LE SEL? STOP le SEL! ».

Les articles :

Premier article	Second article												
<p>Le sel est très présent dans notre alimentation quotidienne, ce qui fait que nous consommons beaucoup trop de sodium.</p> <p style="text-align: center;"><b>6 g de sel par jour</b></p> <p>est le maximum conseillé pour les adultes. Trop de sodium peut causer de l'hypertension. Il peut aussi être un facteur de risque pour le cancer de l'estomac et pour l'ostéoporose. Il est donc très important de <b>RÉDUIRE SA CONSOMMATION DE SEL</b> pour limiter son apport en sodium.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>Consommation maximum de sel par jour</th></tr></thead><tbody><tr><td>Adultes</td><td>6 g</td></tr><tr><td>11 à 18 ans</td><td>4 g</td></tr><tr><td>7 à 10 ans</td><td>3 g</td></tr><tr><td>4 à 6 ans</td><td>1,75 g</td></tr><tr><td>Bébés et jeunes enfants (0-3 ans)</td><td>Le moins possible (environ 0 g)</td></tr></tbody></table>		Consommation maximum de sel par jour	Adultes	6 g	11 à 18 ans	4 g	7 à 10 ans	3 g	4 à 6 ans	1,75 g	Bébés et jeunes enfants (0-3 ans)	Le moins possible (environ 0 g)	<p style="text-align: center;"><b>EN FAISANT VOS COURSES</b></p> <p>Lisez attentivement les étiquettes des produits que vous désirez acheter pour savoir quelle quantité de sel ils contiennent.</p> <p style="text-align: center;"><b>ATTENTION :</b></p> <p>1 g de sodium correspond à 3 g de sel Alors n'oubliez pas de multiplier par 3 vos grammes de sodium pour obtenir votre masse de sel</p>
	Consommation maximum de sel par jour												
Adultes	6 g												
11 à 18 ans	4 g												
7 à 10 ans	3 g												
4 à 6 ans	1,75 g												
Bébés et jeunes enfants (0-3 ans)	Le moins possible (environ 0 g)												

Marc, collégien de 14 ans, a été touché par les articles qu'il a lus et décide de calculer sa consommation en sel pour son déjeuner. Il note dans le tableau suivant tous les aliments qu'il a consommés et conserve les emballages sur lesquels il entoure les informations utiles.

Document 1 : Menu de Marc :

<b>Aliments consommés au déjeuner</b>	<b>Un burger</b>
	<b>Une boisson de 250 ml</b>
	<b>Un bâtonnet de glace</b>

Document 2 : Informations sur les emballages :

<b>BOISSON</b>	Pour 100 mL	Pour 250 mL
Valeurs nutritionnelles	30 Kcal	75 Kcal
Valeurs énergétiques	120Kj	300Kj
Protéines	0 g	0,1g
Glucides	7 g	18 g
- dont sucre	7 g	18g
Lipides	0 g	0g
- dont saturées	0 g	0 g
Fibres alimentaires	0 g	0 g
Sodium	0,005g	0,01g

<b>BURGER</b>					
	Calories	Protéines	Lipides	Glucides	Sel
	562 Kcal	24,9 g	31,7 g	43,2 g	1,9 g
Homme	22 %	27 %	38 %	13 %	38 %
Femme	28 %	33 %	48 %	16 %	38 %
Enfant 9-12 ans	30 %	35 %	43 %	18 %	53 %
<i>En % des besoins quotidiens</i>					

<b>GLACE</b>	pour 100 g	pour 1 bâtonnet
Valeurs nutritionnelles	309 kcal	258 kcal
Valeurs énergétiques	1292 KJ	1076 KJ
Protéines	2,9 g	2,4 g
Glucides	32,1 g	26,8 g
Lipides	18,8 g	15,7 g
Fibres alimentaires	0,2 g	0,1 g
Sodium	0,045 g	0,03 g
soit sel	0,135 g	0,09 g

Marc a-t-il déjà atteint la moitié de la dose de sel recommandée dans la brochure qu'il a lue? Justifier.

Étape 1 : je calcule la masse de sel consommée par Marc pendant ce repas :

$$1,9 \text{ g (burger)} + 3 \times 0,01 \text{ g (boisson)} + 0,09 \text{ g (glace)} = 2,02 \text{ g}$$

Étape 2 : je calcule la moitié de la dose de sel recommandée pour Marc :

$$4 \text{ g} : 2 = 2 \text{ g}$$

Étape 3 : je conclus :

$$2,02 \text{ g} > 2 \text{ g}$$

Donc Marc a déjà atteint la moitié de la dose de sel recommandée dans la brochure qu'il a lue.