DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION FÉVRIER 2021

MATHÉMATIQUES
Série générale
Durée de l'épreuve : 2 heures – 50 points

Ce sujet comporte 8 pages.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de huit exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	5 points
Exercice 2	8 points
Exercice 3	6 points
Exercice 4	11 points
Exercice 5	3 points
Exercice 6	4 points
Exercice 7	2 points
Exercice 8	7 points
Présentation de la copie et utilisation de la langue française	4 points

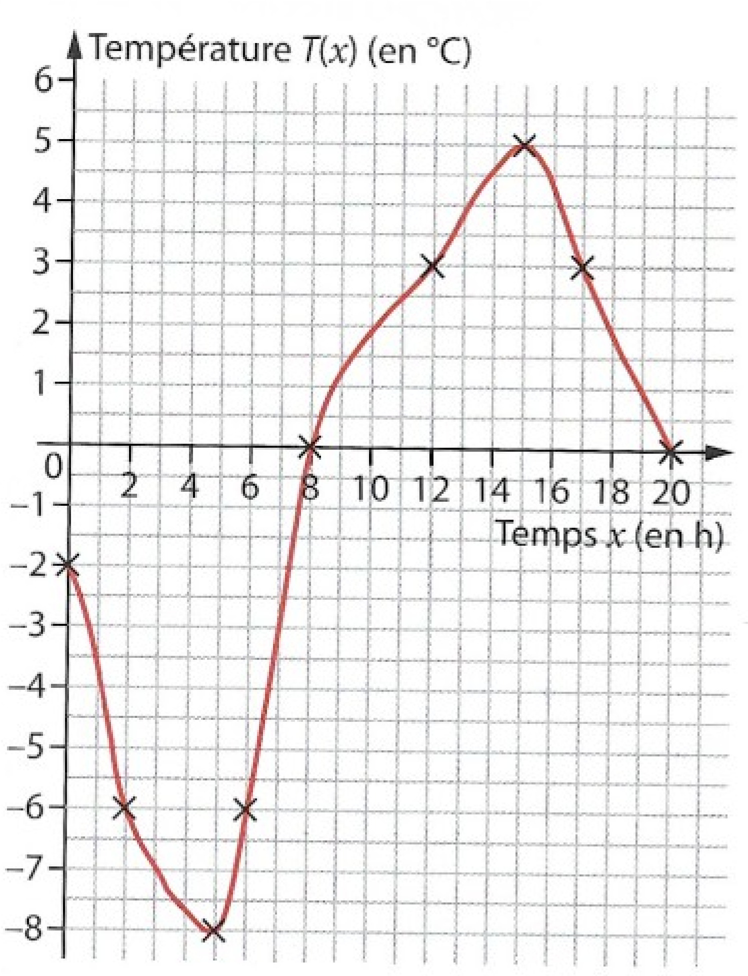
Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.

Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé,
laisser tout de même une trace de la recherche, elle sera prise en compte dans la notation.

MATHEMATIQUES AU QUOTIDIEN

Exercice 1	5 points

Maxime a noté la température (en degrés Celsius) à Bailleul, durant une journée du mois de décembre.



1/ Quelle était la température à midi ?

2/ A quel(s) instant(s) faisait-il 0°C ?

Dans la suite de l'exercice, on note T *la fonction qui donne la température* $T(x)$ *(en degrés Celsius) en fonction du temps* x *(en heures).*

3/ Déterminer l'image de 2 par la fonction T .

4/ Déterminer les éventuels antécédents de 2 par la fonction T .

1/ A midi, la température était 3°C.

2/ Il faisait 0°C à 8 h puis à 20 h.

3/ L'image de 2 par la fonction T est – 6.
$T(2)=-6$.

4/ 2 a deux antécédents par la fonction T qui sont 10 et 18.

Exercice 2	8 points

Maxime a mesuré et noté le niveau de bruit (en décibels) de sa tondeuse à gazon en marche en fonction de la distance (en mètres) entre la tondeuse et l'endroit où il effectue la mesure.

Distance (en m)	0	20	40	60	80	100	120	140
Niveau de bruit (en décibels)	120	100	90	70	60	50	40	40

1/ Quel est le niveau de bruit (en décibels) lorsqu'il effectue la mesure à 60 m de sa tondeuse ?

2/ A quelle distance (en mètres) de sa tondeuse doit-il se placer pour mesurer 60 décibels ?

Dans la suite de l'exercice, on note b *la fonction qui donne le niveau de bruit* $b(x)$ *(en décibels) en fonction de la distance* x *(en mètres) entre la tondeuse et l'endroit où il effectue la mesure.*

3/ a/ Déterminer l'image de 40 par la fonction b .

3/ b/ Interpréter le résultat obtenu à la question 3/ a/ en termes de bruit et de distance.

4/ Recopier et compléter l'égalité : $b(100)=\dots$.

5/ Déterminer les éventuelles antécédents de 40 par la fonction b .

6/ Recopier et compléter l'égalité : $b(\dots)=100$.

1/ Lorsqu'il effectue la mesure à 60 m de sa tondeuse, le niveau de bruit est 70 décibels.

2/ Pour mesurer 60 décibels, il doit se placer à 80 m de sa tondeuse.

3/ a/ L'image de 40 par la fonction b est 90 : on note $b(40)=90$.

3/ b/ Lorsqu'il effectue la mesure à 40 m de sa tondeuse, le niveau de bruit est 90 décibels.

4/ $b(100)=50$

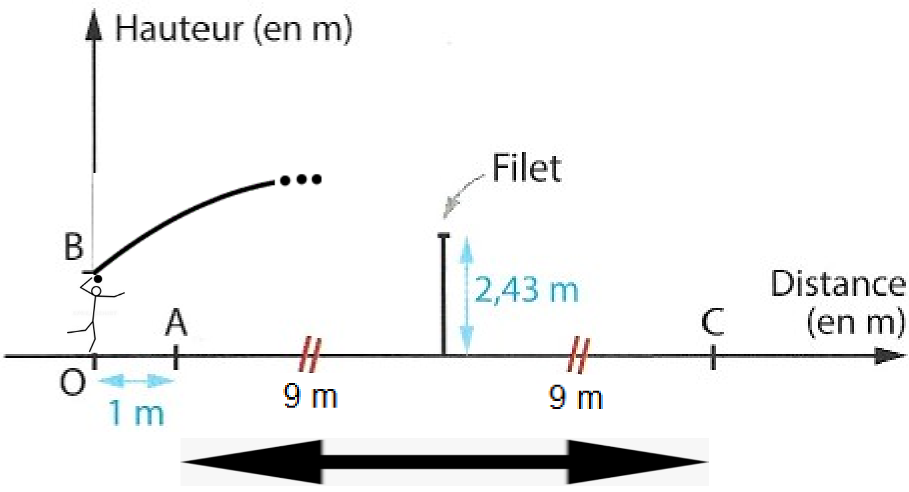
5/ 40 a deux antécédents par la fonction b dans ce tableau qui sont 120 et 140.

6/ $b(20)=100$

Exercice 3	6 points

Maxime s'entraîne au service de volleyball.

On a représenté la situation dans le repère non gradué ci-dessous.



Le segment [OB] représente Maxime qui engage.
Le point O représente les pieds de Maxime.
Le point B représente la position du ballon à l'engagement, c'est à dire au départ de sa trajectoire
Maxime est situé à 1 m du terrain : OA = 1 m.
Le segment [AC] représente le terrain, le segment [AC] mesure 9 m + 9 m = 18 m.

On s'intéresse à la trajectoire du ballon après sa frappe à partir du point B.

On note h *la fonction qui donne la hauteur* $h(x)$ *(en mètres) du ballon en fonction de sa distance* x *(en mètres) par rapport au point O, avant qu'il ne retombe au sol.*

La fonction h *est définie par* $h(x)=-0,05x^2+0,6x+2$ *pour* x *compris entre 0 et 19.*

1/ a/ En utilisant l'expression de la fonction h, calculer $h(0)$, en détaillant les calculs.

1/ b/ En déduire la hauteur OB du ballon à l'engagement, c'est à dire au départ de sa trajectoire.

2/ a/ En utilisant l'expression de la fonction h, calculer l'image de 10 par la fonction h,
en détaillant les calculs.

2/ b/ En déduire que le ballon passe au dessus du filet.

3/ a/ En utilisant l'expression de la fonction h, calculer l'image de 19 par la fonction h,
en détaillant les calculs.

3/ b/ En déduire que la balle retombe au sol à l'intérieur de la partie adverse du terrain, c'est à dire avant le point C.

1/ a/ Je calcule h(0) = -0,05 x 0² + 0,6 x 0 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2. 1 point
L'image de 0 par la fonction h est 2.

1/ b/ La hauteur OB du ballon à l'engagement, c'est à dire au départ de sa trajectoire, était 2 m. 1 point

2/ a/ Je calcule h(10) = -0,05 x 10² +0,6 x 10 + 2 = -0,05 x 100 + 0,6 x 10 + 2 = -5 + 6 + 2 = 3. 1 point
L'image de 10 par la fonction h est 3.

2/ b/ Le filet se situe à 1 m + 9 m = 10 m du point O.

3 > 2,43 1 point
A 10 m du point O, la hauteur du ballon (3 m) est supérieure à la hauteur du filet (2,43 m).
Donc le ballon passe au dessus du filet.

3/ a/ Je calcule h(19) = -0,05 x 19² +0,6 x 19 + 2 = -0,05 x 361 + 0,6 x 19 + 2 = -18,05 + 11,4 + 2 = -4,65. 1 point
L'image de 19 par la fonction h est -4,65.

3/ b/ La fin du terrain se situe à 1 m + 9 m + 9 m = 19 m du point O.
Donc le ballon retombe au sol à l'intérieur de la partie adverse du terrain, c'est à dire avant le point C. 1 point

Exercice 4	11 points

Maxime et son amie Zélie sont en cours de Mathématiques.

Voici le programme de calcul de Zélie :

► Choisir un nombre ;
► Multiplier ce nombre par 9 ;
► Soustraire 8 au produit obtenu.

Voici le programme de calcul de Maxime :

► Choisir un nombre ;
► Multiplier ce nombre par -3 ;
► Ajouter 31 au produit obtenu.

1/ Quel résultat Zélie obtient-elle à la fin si elle choisit 12 au départ ?

2/ Quel résultat Maxime obtient-il à la fin s'il choisit 20 au départ ?

Zélie et Maxime cherchent quel(s) nombre(s) ils doivent choisir au départ pour obtenir le même résultat à la fin.
Ils utilisent pour cela un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Nombre choisi au départ**	0	1	2	3	4	5	6
2	**Résultat obtenu par Zélie**	-8	1	10	19	28	37	46
3	**Résultat obtenu par Maxime**	31	28	25	22	19	16	13

3/ Quelle formule ont-ils saisie dans la cellule B2 ?

4/ Quelle formule ont-ils saisie dans la cellule B3 ?

5/ Qu'ont-ils fait ensuite pour compléter le tableau ?

6/ Zélie et Maxime observent attentivement les nombres du tableau ci-dessus et concluent : « Au vu du tableau, le nombre que nous devons choisir au départ pour obtenir le même résultat à la fin est compris entre … et … ».
Recopier et compléter leur conclusion.

7/ Résoudre l'équation à une inconnue du premier degré $9x-8=-3x+31$ en détaillant les étapes.

8/ Déduire de la question 7/ le nombre que Zélie et Maxime doivent choisir au départ pour obtenir le même résultat à la fin.

9/ Ce nombre est-il cohérent avec la réponse trouvée à la question 6/ ?

1/ Si Zélie choisit 12 au départ alors :
► Choisir un nombre : 12
► Multiplier ce nombre par 9 : 12 x 9 = 108
► Soustraire 8 au produit obtenu : 108 - 8 = 100
Elle obtient 100 à la fin.

2/ Si Maxime choisit 20 au départ alors :
► Choisir un nombre : 20
► Multiplier ce nombre par – 3 : - 3 x 20 = - 60
► Ajouter 31 au produit obtenu : - 60 + 31 = - 29
Il obtient - 29 à la fin.

3/ Dans la cellule B2, ils ont saisi la formule = 9 * B1 – 8.

4/ Dans la cellule B3, ils ont saisi la formule = - 3 * B1 + 31.

5/ Pour compléter le tableau, ils ont étiré.

6/ Zélie et Maxime observent attentivement les nombres du tableau ci-dessus et concluent : « Au vu du tableau, le nombre que nous devons choisir au départ pour obtenir le même résultat à la fin est compris entre 3 et 4. », il y a des nombres communs entre 19 et 28 (ligne des résultats de Zélie) et entre 22 et 19 (ligne des résultats de Maxime).

7/

$$9x-8=-3x+31$$
$$9x-8+3x=-3x+31+3x$$
$$12x-8=31$$
$$12x-8+8=31+8$$
$$12x=39$$
$$\frac{12x}{12}=\frac{39}{12}$$
$$x=3{,}25$$

Cette équation a une seule solution qui est 3,25.

8/ Le nombre que Zélie et Maxime doivent choisir au départ pour obtenir le même résultat à la fin est 3,25.
Vérification :
Zélie : 9 x 3,25 – 8 = 29,25 – 8 = 21,25
Maxime : - 3 x 3,25 + 31 = - 9,75 + 31 = 21,25

9/ 3,25 est bien compris entre 3 et 4.
Donc ce nombre est cohérent avec la réponse à la question 6.

Exercice 5	3 points

La sensation de froid est plus vive en présence de vent que par temps calme : c'est le refroidissement éolien.
La température ressentie R par le corps est donc souvent différente de la température mesurée M.

Document 1 : Formule :

Les météorologues calculent la température ressentie R (en °C) pour un vent inférieur à 4,8 km/h en fonction de la température mesurée M (en °C) avec la formule suivante :

$$R=M+0,2\times(0,1345\,M-1,52)\times V$$

où :

- ► R est la température ressentie (en °C) ;
- ► M est la température mesurée (en °C) ;
- ► V est la vitesse du vent (en km/h).

Document 2 : Risques sur la santé selon la température ressentie R (en °C) :

R > 0	Sans risque de gelure ni d'hypothermie
-10 < R ≤ 0	Faible risque de gelure
-28 < R ≤ -10	Faible risque de gelure et d'hypothermie
-40 < R ≤ -28	Risque modéré de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 10 à 30 minutes
-48 < R ≤ -40	Risque élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 5 à 10 minutes
-55 < R ≤ -48	Risque très élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 2 à 5 minutes
R ≤ -55	Risque extrêmement élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en moins de 2 minutes

Maxime prépare une randonnée dans le Massif du Mont-Blanc avec un guide de haute montagne.
La météo annonce pour cette journée, au niveau de l'aiguille du Midi, une température de -35°C avec un vent de 4,7 km/h.

A quel risque Maxime s'expose-t-il sur cette journée ? Justifier la réponse.

Il faut calculer la température ressentie pour une température mesurée de – 35 °C et un vent de 4,7 km/h pour connaître le risque auquel s'expose Maxime.

$$R=M+0,2\times(0,1345\,M-1,52)\times V$$
$$R=-35+0,2\times(0,1345\times(-35)-1,52)\times 4,7$$
$$R=-35+0,2\times(-4,7075-1,52)\times 4,7$$
$$R=-35+0,2\times(-6,2275)\times 4,7$$
$$R=-35+(-5,85385)$$
$$R=-35-5,85385$$
$$R=-40,85385$$

La température ressentie est -40,85385.
Elle est comprise entre -40 et -48.
Donc Maxime a un risque élevé de gelure de la peau exposée et d'hypothermie en 5 à 10 minutes.

Exercice 6	4 points

1/ Maxime partage une tablette de chocolat avec ses amis Basile et Émile.
Maxime prend le tiers de la tablette.
Basile prend le quart de la tablette.
Émile prend les deux cinquièmes du reste de la tablette.

Parmi les 4 expressions suivantes, quelle est celle qui correspond à la fraction de la tablette que prend Émile ?

$A=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$	$B=(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4})\times\frac{2}{5}$	$C=(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}):\frac{2}{5}$	$D=1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})\times\frac{2}{5}$

2/ Calculer la valeur de l'expression D. On détaillera les calculs et on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

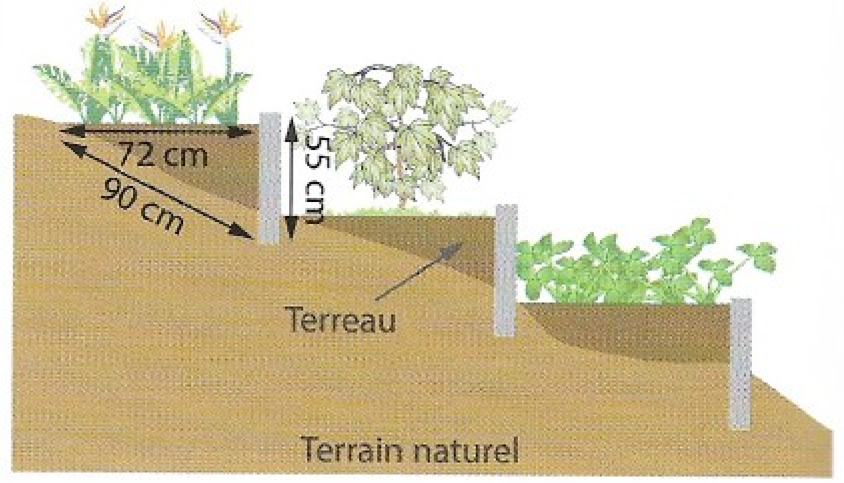
1/ L'expression qui correspond à la fraction de la tablette que prend Émile est la B.

2/

$$D=1-(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})\times\frac{2}{5}$$
$$D=1-(\frac{1\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3})\times\frac{2}{5}$$
$$D=1-(\frac{4}{12}+\frac{3}{12})\times\frac{2}{5}$$
$$D=1-\frac{4+3}{12}\times\frac{2}{5}$$
$$D=1-\frac{7}{12}\times\frac{2}{5}$$
$$D=1-\frac{7\times2}{12\times5}$$
$$D=1-\frac{7\times2}{6\times2\times5}$$
$$D=1-\frac{7}{6\times5}$$
$$D=1-\frac{7}{30}$$
$$D=\frac{30}{30}-\frac{7}{30}$$
$$D=\frac{30-7}{30}$$
$$D=\frac{23}{30}$$

Exercice 7	2 points

Maxime a aménagé son jardin dont le terrain naturel est en pente.
Il a créé des massifs en escaliers.
Pour cela, il a installé des bordures de 55 cm de hauteur pour maintenir le terreau qu'il a apporté pour faire ses plantations.



Les bordures de Maxime sont-elles bien perpendiculaires au sol qu'il a créé avec le terreau ?

D'une part : $90^2=8100$
D'autre part : $72^2+55^2=5184+3025=8209$
Je constate que l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée.
Donc le triangle n'est pas rectangle : les bordures de Maxime ne sont pas perpendiculaires au sol qu'il a créé avec le terreau.

Exercice 8	7 points

Maxime installe un meuble de rangement composé d’une structure métallique et de plateaux en bois d’épaisseur 2 cm, la figure 1 donne une vue de côté de ce meuble de rangement.
Les étages de la structure métallique de ce meuble de rangement sont tous identiques et la figure 2 représente l’un d’eux.

1/ On a :
► OA = 36 cm ;
► OB = 27 cm ;
► OC = 48 cm ;
► OD = 64 cm.

Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ On a de plus :
► CD = 80 cm.

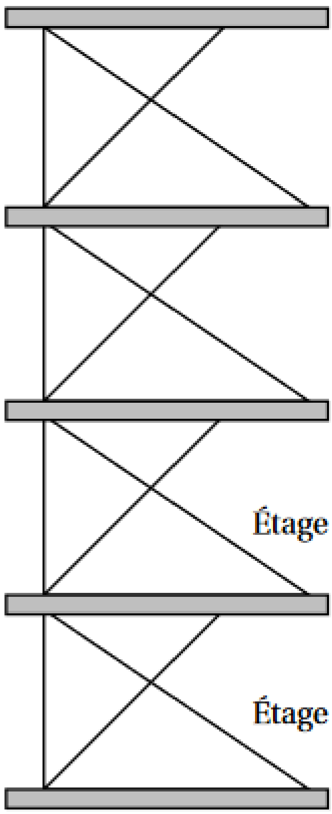
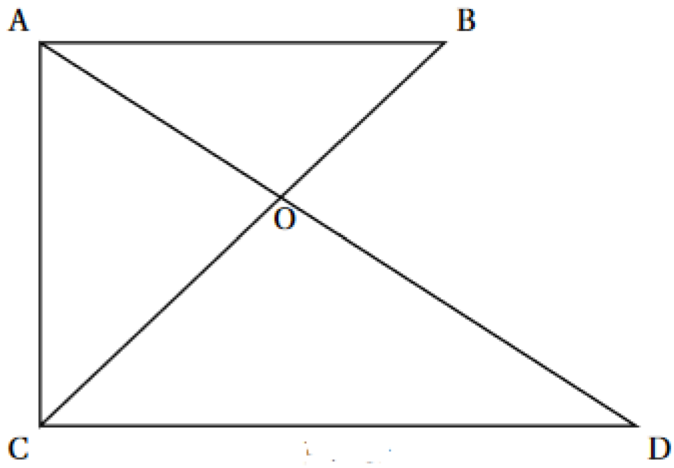
Démontrer que AB = 45 cm.

3/ On a de plus :
► les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.

Calculer AC.

4/ On a enfin :
► l’épaisseur des plateaux en bois est de 2 cm.

Calculer la hauteur totale du meuble de rangement de Maxime.

Figure 1 : Vue de côté de ce meuble de rangement :	Figure 2 : Un étage :
	

1/ D'une part : $\frac{OB}{OC}=\frac{27}{48}=0{,}5625$.

D'autre part : $\frac{OA}{OD}=\frac{36}{64}=0{,}5625$

Je constate que $\frac{OB}{OC}=\frac{OA}{OD}$.

L'égalité de Thalès est vérifiée.
De plus, les points B,O,C et A,O,D sont alignés dans le même ordre.
Donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
L'égalité de Thalès me permet d'écrire :

$$\frac{OB}{OC}=\frac{OA}{OD}=\frac{AB}{CD}$$

$$\frac{27}{48}=\frac{36}{64}=\frac{AB}{80}$$

Donc $AB=\frac{36\times 80}{64}=45$.

La longueur AB est bien égale à 45 cm.

3/ Les droites (AC) et (CD) sont perpendiculaires.
Donc le triangle ACD est rectangle en C.
L'égalité de Pythagore me permet d'écrire :
$AD^2 = AC^2 + CD^2$
et AD = AO + OD = 36 cm + 64 cm = 100 cm
donc :
$100^2 = AC^2 + 80^2$
$10000 = AC^2 + 6400$
$10000 - 6400 = AC^2 + 6400 - 6400$
$3600 = AC^2$
$AC^2 = 3600$

$$AC=\sqrt{3600}$$

AC = 60
La longueur AC est égale à 60 cm.

4/ La hauteur totale du meuble de rangement de Maxime est donc :
4 x 60 cm + 5 x 2 cm = 240 cm + 10 cm = 250 cm = 2,50 m = 2 m 50 cm.