BREVET 2012 – MATHEMATIQUES - CORRECTION

ACTIVITES NUMERIQUES – 30 min - 12 points

EXERCICE 1 :

1- S'il y a trois portes et une seule voiture, Alice a une chance sur trois donc probabilité $\frac{1}{3}$ (réponse b) de gagner.

2- S'il y a quatre portes au lieu de trois et toujours une seule voiture à gagner, elle n'a plus qu'une chance sur quatre de gagner c'est à dire probabilité $\frac{1}{4}$, donc la probabilité qu'Alice gagne diminue (réponse b).

EXERCICE 2:

1- $\frac{10^5+1}{10^5}=\frac{100000+1}{100000}=\frac{100001}{100000}=1{,}00001$.

L'écriture décimale de $\frac{10^5+1}{10^5}$ est $1{,}00001$.

2- $\frac{10^{15}+1}{10^{15}}=\frac{1000000000000000+1}{1000000000000000}=\frac{1000000000000001}{1000000000000000}=1{,}000000000000001$.

L'écriture décimale de $\frac{10^{15}+1}{10^{15}}$ est $1{,}000000000000001$.

Antoine a raison de penser que le résultat affiché par la calculatrice c'est à dire 1 n'est pas exact.
La calculatrice affiche 1 car elle n'a pas la place pour afficher la 15e décimale.
L'écriture décimale serait 1 si c'était un « x » et non un « + » au numérateur.

En effet, $\frac{10^{15}\times 1}{10^{15}}=\frac{10^{15}}{10^{15}}=1$.

EXERCICE 3 :

Le coureur parcourt 1 km en 4 min 30 sec c'est à dire en 4,5 min.(Attention : $4\,min\,30\,sec\neq 4{,}30\,min$)
Donc il parcourt 42,195 km en $42{,}195\times 4{,}5=189{,}8775\,min$
c'est à dire en $180\,min+9{,}8775\,min=3\times 60\,min+9{,}8775\,min=3\,h+9{,}8775\,min\approx 3\,h\,10\,min<3\,h\,30\,min$
Donc il mettra moins de 3h30 min pour effectuer le marathon.

EXERCICE 4 :

1- Si $x=\frac{3}{4}$ alors $(4x-3)^2-9=(4\times\frac{3}{4}-3)^2-9=(3-3)^2-9=0^2-9=0-9=-9\neq 0$.

Donc $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de cette équation.

Si $x=0$ alors $(4x-3)^2-9=(4\times 0-3)^2-9=(0-3)^2-9=(-3)^2-9=9-9=0$.
Donc 0 est solution de cette équation.

2- Soit un nombre x,

$$E=(4x-3)^2-9$$
$$E=(4x-3)^2-3^2$$
$$E=[(4x-3)+3][(4x-3)-3]$$
$$E=[4x-3+3][4x-3-3]$$
$$E=4x(4x-6)$$

, en utilisant la 2e identité remarquable : $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

3- On cherche x tel que :

$$(4x-3)^2-9=0$$
$$4x(4x-6)=0$$
$$(\textit{équation produit nul résolue avec la règle du produit nul})$$
$$4x=0 \; ou \; 4x-6=0$$
$$x=0 \; ou \; 4\text{x}=6$$
$$x=0 \; ou \; x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

Cette équation a deux solutions qui sont 0 et $\frac{3}{2}$.

Remarque : On retrouve bien la solution 0 trouvée à la question 1.

ACTIVITES GEOMETRIQUES – 30 min - 12 points

EXERCICE 1 :

1- a- L'aire du carré ABCD est : $côté \times côté = 40\,cm \times 40\,cm = 1600\,cm^2$.

1- b- Le rectangle DEFG a pour largeur $DE=40\,cm-15\,cm=25\,cm$
et pour longueur $DG=40\,cm+25\,cm=65\,cm$.
Donc l'aire du rectangle DEFG est : $longueur \times largeur = 65\,cm \times 25 cm = 1625\,cm^2$.

2- Remarque : On a constaté à la question 1que l'aire du carré ABCD n'est pas égale à l'aire du rectangle DEFG lorsque le côté du carré ABCD est 40 cm.
On note x le côté du carré ABCD.
On a alors : $DE=x-15$ et $DG=x+25$.
On cherche x tel que :

$$aire\,du\,carré\;ABCD = aire\,du\,rectangle\;DEFG$$
$$x^2=(x-15)(x+25)$$
$$x^2=x^2+25x-15x-375$$
$$x^2=x^2+10x-375$$
$$0=10x-375$$
$$10x=375$$
$$x=\frac{375}{10}$$
$$x=37{,}5$$

Il faut prendre AB = 37,5 cm si on veut que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG.

EXERCICE 2 :

$$V=\frac{\pi R^2 h}{3}$$

1- $V=\frac{\pi \times 2^2 \times 5}{3}$

$$V \approx 20{,}9$$

Donc le volume du cône est environ 20,9 cm^3.

2- On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par le point B.
On obtient un petit cône qui est une réduction du grand cône.
Le rapport de réduction pour les longueurs est $\frac{2{,}5}{5}=\frac{1}{2}$.

Donc le rapport de réduction pour les volumes est $\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$.

Donc le volume du petit cône est égal à un huitième du volume du grand cône, et non la moitié.

Autre Méthode : calculer le rayon de la base du petit cône (en utilisant le rapport de réduction des longueurs), calculer le volume du petit cône (en utilisant la formule comme à la question 1) et observer qu'il n'est pas égal à la moitié du volume du grand cône.

EXERCICE 3 :

La longueur réelle du parcours ABCDE est : $\begin{array}{l} L=AB+BC+CD+DE \\ L=300+BC+CD+DE \end{array}$.

Il manque donc BC ; CD et DE pour la calculer.

→ *Calculons BC :*

Le triangle ABC est rectangle en A par l'énoncé

L'égalité de Pythagore permet d'écrire :

$$BC^2=BA^2+AC^2$$
$$BC^2=300^2+400^2$$
$$BC^2=90000+160000$$
$$BC^2=250000$$
$$BC=\sqrt{250000}$$
$$BC=500$$

→ *Calculons CD et DE :*

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles par l'énoncé

L'égalité de Thalès permet d'écrire :

$$\frac{CA}{CE}=\frac{CB}{CD}=\frac{AB}{ED}$$
$$\frac{400}{1000}=\frac{500}{CD}=\frac{300}{DE}$$

Pour calculer CD, j'utilise $\frac{400}{1000}=\frac{500}{CD}$ et je trouve $CD=\frac{500\times1000}{400}=1250$.

Pour calculer DE, j'utilise $\frac{400}{1000}=\frac{300}{DE}$ et je trouve $DE=\frac{300\times1000}{400}=750$.

Autre méthode : Pour calculer DE, on peut aussi appliquer le théorème de Pythagore dans le triangle CDE rectangle en E (car les droites (AB) et (DE) sont parallèles et la droite (AE) est perpendiculaire à la droite (AB) donc elle est aussi perpendiculaire à la droite (DE)).

La longueur réelle du parcours ABCDE est donc: $\begin{array}{c} L=AB+BC+CD+DE \\ L=300+500+1250+750 \\ L=2800 \end{array}$.

PROBLEME – 45 min – 12 points :

PARTIE I :

1- L'avion décolle à 9h35 et atterrit à 10h30, donc la durée du vol est 55 min.

2- a- $1113-152-143-164-189-157-163=145$.
145 passagers ont emprunté ce vol le mercredi.

2- b- $1113/7=159$.
En moyenne, il y avait 159 passagers par jour dans l'avion cette semaine là.

3- a- Dans la cellule I2, il faut entrer la formule « = B2 + C2 + D2+ E2+ F2+ G2+ H2 »
ou « = SOMME (B2 : H2) ».

3- b- Dans la cellule J2, il faut entrer la formule « = I2 / 7 » ou « = MOYENNE (B2 : H2) ».

4-

$$80 \textit{ pourcent de } 190$$
$$\frac{80}{100}\times 190$$
$$\frac{80\times 190}{100}$$
$$152$$

L'objectif est atteint car 166 > 152.

PARTIE II :

1-

$$V=\frac{d}{t}$$
$$300000=\frac{d}{0{,}0003}$$
$$d=0{,}0003\times 300000$$
$$d=90$$

Le signal a parcouru 90 km pour faire l'aller retour.

$$90:2=45$$

L'avion est situé à 45 km du radar.

2- Le triangle RAI est rectangle en I.

$$\sin(\widehat{ARI})=\frac{\textit{côté opposé à } \widehat{ARI}}{\textit{hypoténuse}}$$
$$\sin(\widehat{ARI})=\frac{AI}{RA}$$
$$\sin(5°)=\frac{AI}{45000}$$
$$AI=45000\times\sin(5°)$$
$$AI\approx 3920(\textit{valeur arrondie à la centaine de mètres près})$$

L'altitude de l'avion à cet instant est environ 3920 mètres.

PARTIE III :

1- Dix secondes après avoir touché le sol, l'avion a parcouru 450 m.

2- Au bout de 22 s et au bout de 26 s, la distance parcourue depuis le début de l'atterrissage est la même car l'avion est totalement arrêté (il n'avance plus).

3- À partir du moment où les roues touchent le sol, l'avion met 20 s pour s'arrêter.