

# DNB - Brevet des Collèges 2022 Asie 20 Juin 2022

20 Juin 2022 Correction

Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter



# **CORRECTION** de Mathématiques

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'utilisation d'une calculatrice avec mode examen est autorisée (*circulaire n°2015-178 du 1<sup>er</sup> octobre 2015*) L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire de type collège est autorisé.

> Le sujet comporte 12 pages numérotées de 1/12 à 12/12 Dès qu'il vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

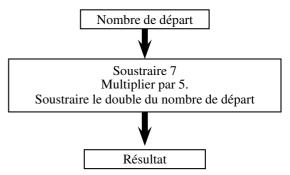
BARÈME	(cur	100 +	ointe)
DAKENIE	(Sui	100	omis)
Exercice 1	:	20	points
Exercice 2	:	20	points
Exercice 3	:	20	points
Exercice 4	:	25	points
Exercice 5	:	15	points



# Exercice 1. Fonctions, algèbre, volumes

20 points

Cet exercice est composé de trois situations qui n'ont pas de lien entre elles.



#### **Situation 1:**

On considère le programme de calcul ci-contre :

1. Montrer que si le nombre de départ est 10, le résultat obtenu est -5.



Nombre de départ	10
Soustraire 7	10 - 7 = 3
Multiplier par 5	$3 \times 5 = 15$
Soustraire le double du nombre de départ	$15 - 2 \times 10 = 15 - 20 = -5$
Résultat	-5

2. On note x le nombre de départ auquel on applique ce programme de calcul.

Parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui correspond au résultat du programme de calcul? *Aucune justification n'est attendue pour cette question*.

Expression A :  $x - 7 \times 5 - 2x$ Expression B :  $5(x - 7) - x^2$  Expression C: 5(x-7) - 2xExpression D: 5x - 7 - 2x



#### Corrigé

Ce n'est pas demandée mais on va retrouver l'expression :

Nombre de départ	x
Soustraire 7	x-7
Multiplier par 5	$(x-7) \times 5 = 5(x-7)$
Soustraire le double du nombre de départ	5(x-7) - 2x
Résultat	5(x-7)-2x donc réponse C

www.math93.com ©ISSN 2272-5318 2/12



#### **Situation 2:**

Dans le repère ci-contre, la droite (d) représente une fonction linéaire f.

Le point A appartient a la droite (d).

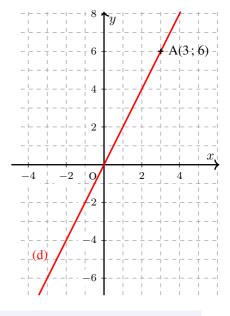
1. À l'aide du graphique, déterminer l'image de -2 par la fonction f.



L'image de -2 par la fonction f est :

$$f(-2) = -4$$

2. Déterminer une expression de f(x) en fonction de x.



# A

# Corrigé

f est une fonction linéaire donc de la forme f(x)=mx avec m, le coefficient directeur, un nombre réel. La droite représentative de la fonction f passe par les points de coordonnées (0;0) et (3;6) donc f(3)=6, soit

$$f(3) = 6 \iff 3 \times m = 6 \iff m = \frac{6}{3} = 2$$

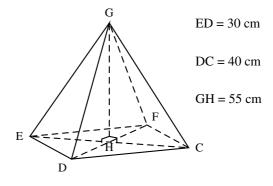
Par conséquent :

$$f(x) = 2x$$

#### **Situation 3**

Le dessin ci-contre représente une pyramide de sommet G et dont la base CDEF est un rectangle.

Le volume de cette pyramide est-il supérieur à 20 L?





# Corrigé

$$V_{\text{pyramide}} = \frac{A_{\text{base}} \times h}{3} = \frac{ED \times DC \times GH}{3}$$

Soit

$$V_{\rm pyramide} = \frac{30 \times 40 \times 55}{3} = 10 \times 40 \times 55 = 22\,000\,{\rm cm}^3 = 22L$$

 $car 1 L = 1 dm^3 = 1000 cm^3$ .

Par conséquent le volume de cette pyramide est supérieur à 20 L.



# Exercice 2. Géométrie, transformations

20 points

La figure ci-contre est réalisée à main levée.

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E.

On a: ED = 3.6 cm CD = 6 cmEB = 7.2 cm AB = 9 cm

1. Démontrer que le segment [EC] mesure 4,8 cm.



# Corrigé

- <u>Données</u>: Les droites (AB) et (CD) sont parallèles et les points A, E, D et B, E, C sont alignés.
- Donc d'après le théorème de Thalès :

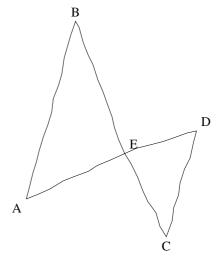
$$\frac{EB}{EC} = \frac{EA}{ED} = \frac{AB}{DC}$$

soit

$$\frac{7,2}{EC} = \frac{EA}{3,6} = \frac{9}{6}$$

d'où

$$EC = \frac{7,2 \times 6}{9} = 4,8 \text{ cm}$$



2. Le triangle ECD est-il rectangle?



# Corrigé

Si le triangle CDE est rectangle, c'est forcément en E car [CD] est le plus grand côté. On a:

D'une part : 
$$CD^2 = 6^2 \\ CD^2 = 36$$
 et 
$$D'autre part : \\ CE^2 + DE^2 = 4, 8^2 + 3, 6^2 \\ CE^2 + DE^2 = 23, 04 + 12,96 \\ CE^2 + DE^2 = 36$$

Conclusion :  $CD^2 = CE^2 + DE^2$ ,

donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle CDE est rectangle en E.

**3.** Parmi les transformations ci-dessous, quelle est celle qui permet d'obtenir le triangle ABE à partir du triangle ECD? Recopier la réponse sur la copie. Aucune justification n'est attendue.

Symétrie axiale Homothétie Rotation Symétrie centrale Translation



#### Corrigé

Le triangle ABE est l'image du triangle EDC par l'homothétie de centre E et de rapport  $k=-\frac{9}{6}=-1,5$ .



**4.** On sait que la longueur BE est 1,5 fois plus grande que la longueur EC.

L'affirmation suivante est-elle vraie? On rappelle que la réponse doit être justifiée.

Affirmation: «L'aire du triangle ABE est 1,5 fois plus grande que l'aire du triangle ECD. »



# Corrigé

D'après la question 3 nous savons que le triangle ABE est l'image du triangle EDC par l'homothétie de centre E et de rapport k = -1, 5.

Les longueurs des côtés du triangle ABE sont |k| = 1,5 fois plus grande que celles du triangle ECD.

Or on sait que lorsque les longueurs, sont multipliées par |k|, les aires le sont par  $|k|^2$ , et les volumes par  $|k|^3$ .

Donc l'affirmation est fausse, l'aire du triangle ABE est  $1, 5^2 = 2, 25$  fois plus grande que l'aire du triangle ECD.



On rappelle que la valeur absolue d'un nombre k, notée |k| est la distance à zéro de k.



# **Exercice 3. Statistiques**

20 points

Lors des Jeux paralympiques de 2021, les médias ont proposé un classement des pays en fonction de la répartition des médailles obtenues. Voici le classement obtenu pour les 15 premiers pays :

	A	В	С	D	Е	F
1	Nations	Classement	Or	Argent	Bronze	Total
2	Chine	1	96	60	51	207
3	Grande-Bretagne	2	41	38	45	124
4	Etats-Unis	3	37	36	31	104
5	Comité paralym- pique Russe	4	36	33	49	118
6	Pays-Bas	5	25	17	17	59
7	Ukraine	6	24	47	27	98
8	Brésil	7	22	20	30	72
9	Australie	8	21	29	30	80
10	Italie	9	14	29		69
11	Azerbaïdjan	10	14	1	4	19
12	Japon	11	13	15	23	51
13	Allemagne	12	13	12	18	43
14	Iran	13	12	11	1	24
15	France	14	11	15	28	54
16	Espagne	15	9	15	12	36

1. Combien de médailles d'argent l'Australie a-t-elle obtenues?



#### Corrigé

L'Australie a obtenu 29 médailles d'argent.

2. Calculer le nombre de médailles de bronze obtenues par l'Italie.



#### Corrigé

On a 69 médailles au total dont 14 or et 29 argent donc les médailles de bronze sont au nombre de :

$$69 - 29 - 14 = 40 - 14 = 26$$

L'Italie a obtenu 26 médailles de bronze.

3. Quelle formule a pu être saisie en F2 avant d'être étirée vers le bas?



#### Corrigé

La formule à insérer est :

= somme(C2 : E2)

**4.** Pour chacune des deux affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

#### **Affirmation 1:**

« 20 % des médailles obtenues par l'équipe de France sont en or. »

www.math93.com ©ISSN 2272-5318 6/12





# Corrigé

La France a obtenu 11 médailles d'or sur un total de 54 soit :

$$\frac{11}{54} \approx 0,204$$

soit à l'unité près 20 %.

L'affirmation 1 est donc vraie à l'arrondi près.

#### **Affirmation 2:**

« La médiane du nombre de médailles d'argent obtenues par ces 15 pays est 29. »



# Corrigé

Il y a 15 données, la médiane est donc la 8<sup>e</sup> donnée de la série rangée dans l'ordre croissant,

$$1\ 11\ 12\ 15\ 15\ 15\ 17$$
 20  $29\cdots$ 

à savoir 20.

L'affirmation 2 est donc fausse.

**5.** Aux Jeux paralympiques de Rio en 2016, la prime pour une médaille d'or française était de 50 000 euros. Pour ceux de Tokyo en 2021, cette prime était de 65 000 euros.

Quel est le pourcentage d'augmentation de cette prime entre 2016 et 2021?



### Corrigé

La prime est passée de  $V_i = 50\,000$  euros à  $V_f = 65\,000$  euros.

L'évolution en pourcentage est donc :

$$\frac{V_f - V_i}{V_i} = \frac{65000 - 50000}{50000} = 0, 3 = 30\%$$

La prime a augmenté de 30 % entre 2016 et 2021.



# Exercice 4. Algorithmique, pourcentages

25 points

Une boutique en ligne vend des photos et affiche les tarifs suivants :

Nombre de photos commandées	Prix à payer
De 1 à 100 photos	0,17 € par photo
Plus de 100 photos	17 € pour l'ensemble des 100 premières photos et 0,13 € par photo
	supplémentaire

1.

**1. a.** Quel est le prix à payer pour 35 photos?



# Corrigé

De 1 à 100 photos le prix est de 0,17€l'unité soit pour 35 photos :

$$35 \times 0, 17 = 5,95 \in$$

**1. b.** Vérifier que le prix à payer pour 150 photos est 23,50 €.



#### Corrigé

Pour 150 photos, on paye 17 € pour l'ensemble des 100 premières photos et 0,13 € pour chacune des 50 photos supplémentaires soit :

$$17 + 50 \times 0, 13 = 17 + 6, 5 = 23, 50$$

1. c. On dispose d'un budget de 10 €. Combien de photos peut-on commander au maximum?



#### Corrigé

Nous devons effectuer la division de 10 par 0,17 :

$$10 = 0,17 \times 58 + 0,14$$

Avec un budget de 10  $\in$  on ne pourra commander que 58 photos.

On a commencé à construire un programme qui doit permettre de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées :



```
quand | est cliqué
demander (Nombre de photos à commander?) et attendre
mettre Nb photos a réponse
si Nb photos <
  mettre Prix ▼ à Nb photos *
  dire (regrouper (Prix à payer en euros) et Prix
                                                                Informations:
                                                                Le programme comporte trois va-
                                                                riables:

    Nb photos

                                                                Nombre de photos commandées

    Nb photos supplémentaires

                                                                Nombre de photos commandées au-
                                                                delà des 100 premières photos com-
                                                                mandées.
                                                                • (Prix
```

**2.** Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

Par quelles valeurs peut-on compléter les instructions des lignes 4, 5 et 8 pour que le programme permette de calculer le prix à payer en fonction du nombre de photos commandées ?

Sur la copie, écrire le numéro de chaque ligne à compléter et la valeur correspondante.

```
Corrigé

quand sest cliqué

demander (Nombre de photos à commander?) et attendre

mettre Nb photos à réponse

si Nb photos < 100

mettre Prix à Nb photos * 0,17

sinon

mettre Nb photos supplémentaires à (Nb photos - 100)

mettre Prix à 17 + Nb photos supplémentaires * 0,13

dire regrouper (Prix à payer en euros et Prix *)
```



- 3. En période des soldes, le site offre une réduction de 30 % sur le prix à payer, pour toute commande supérieure à 20 €.
  - **3. a.** Calculer le prix a payer pour 150 photos en période des soldes.



On a montré que pour 150 photos, le prix à payer était normalement de 23,50 euros.

Effectuer une baisse de 30%, c'est multiplier par k=1-30%=0,7, donc le prix après remise est de :

$$23,50 \times (1-0,3) = 23,50 \times 0,7 = 16,45 \in$$

En période, de soldes le prix de 150 photos sera de 16,45 €.

**3. b.** Dans cette question, aucune justification n'est attendue.

On modifie le programme pour qu'il donne le prix à payer en période des soldes en insérant le bloc ci-contre entre les lignes 8 et 9.

Dans la liste suivante, indiquer une proposition qui convient pour compléter la case vide :



Proposition 1:

Prix - 30

Proposition 2:

Prix - (Prix \* 0.3

Proposition 3:

Prix \* (30 / 100)

Proposition 4:

Prix \* 0.7



Effectuer une baisse de 30%, c'est multiplier par k = 1 - 30% = 0, 7, donc les propositions 2 et 4 conviennent.



# Exercice 5. Vitesse, repérage sphère

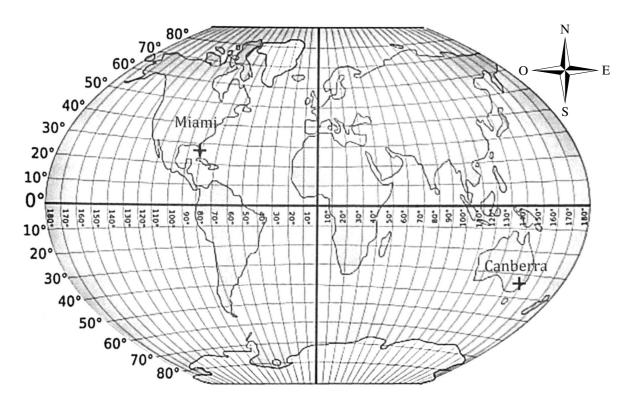
15 points

L'ISS (International Space Station) est une station spatiale internationale placée en orbite autour de la Terre.

1. Dans la journée du 21 juin 2021, l'ISS est passée à la verticale de Canberra (Australie) puis à la verticale de Miami (Etats-Unis).

À l'aide du planisphère ci-dessous, donner les coordonnées géographiques de ces deux villes avec la précision permise par le graphique.

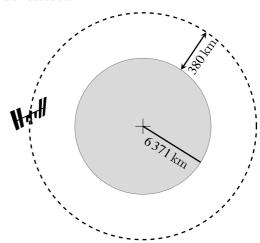




On représente la Terre, l'ISS et son orbite (trajectoire de l'ISS) à l'aide du schéma ci-dessous.

#### On considère que :

- la Terre est assimilée a une sphère de rayon 6371 km;
- l'orbite de l'ISS est un cercle de même centre que celui de la Terre;
- l'ISS tourne autour de la Terre a une altitude de 380 km.



2. Montrer que l'ISS parcourt environ 42 400 km pour effectuer un tour complet de la Terre.





#### Corrigé

L'orbite de l'ISS est assimilée à un cercle de rayon :

$$R = 6371 + 380 = 6751 \text{ km}$$

Don c la longueur de ce cercle est :

$$p_{\text{orbite ISS}} = 2\mathbb{R}\Pi = 2 \times (6\,371 + 380) \times \pi = 2 \times 6\,751\pi = 13\,502\pi \approx 42\,418\,\text{km}$$

La longueur de l'orbite de l'ISS est environ 42 400 km arrondie à la centaine près.

- 3. On estime que l'ISS tourne autour de la Terre à la vitesse moyenne de  $27\,600\,\mathrm{km/h}$ .
  - **3. a.** Montrer qu'il faut environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.



# Corrigé

On dresse un tableau de proportionnalité:

Distance	27 600 km	42 400 km	
Temps	60 min	x	

On a

$$x = \frac{60 \times 42400}{27600} \approx 92,17 \,\text{min}$$

Soit 1 h 32 min et  $0, 17 \times 60 \approx 10$  (s).

Il faut donc environ 1 h 32 min à l'ISS pour effectuer un tour complet de la Terre.

**3. b.** Le 19 juin 2020, de 14 h 30 à 21 h 45 (heure de Paris), le spationaute français Thomas Pesquet a effectué une sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.

Durant cette sortie, combien de fois Thomas Pesquet a-t-il fait le tour complet de la Terre?



#### Corrigé

Durée de sortie de Thomas Pesquet :

$$21 \text{ h} 45 - 14 \text{ h} 30 = 7 \text{ h} 15 \text{ min}$$

Soit:

7 h 
$$15 = 7 \times 60 + 15 = 420 + 15 = 435$$
 (min).

L'ISS met environ 92 minutes pour faire un tour complet de la Terre.

Or (division euclidienne de 435 par 92):

$$435 = 92 \times 4 + 67$$

Thomas Pesquet a donc fait 4 tours complets de la terre durant sa sortie extravéhiculaire en restant attaché à l'ISS.

 $\leftarrow$  Fin du devoir  $\hookrightarrow$