



Like Math93 on Facebook / Follow Math93 on Twitter



Exercice 1. QCM

6 points

| | Questions | A | B | C |
|---|--|-----|----------------------|---------------------|
| 1 | Quelle est l'écriture scientifique de $\frac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5}$? | | $2,7 \times 10^{-7}$ | |
| 2 | Pour $x = 20$ et $y = 5$, quelle est la valeur de R dans l'expression $\frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$? | | 4 | |
| 3 | Un article coûte 120€. Une fois soldé, il coûte 90€. Quel est le pourcentage de réduction ? | 25% | | |
| 4 | On considère l'agrandissement de coefficient 2 d'un rectangle ayant pour largeur 5 cm et pour longueur 8 cm. Quel est l'aire du rectangle obtenu ? | | | 160 cm ² |

1. L'écriture scientifique de : $\frac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5}$.

On rappelle que :

Définition 1

L'écriture scientifique d'un nombre N s'exprime sous la forme du produit d'un décimal A compris entre 1 et 10 (10 exclu) et d'une puissance de 10 :

$$N = A \times 10^n \text{ avec : } \begin{cases} A \in [1; 10[\\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Or ici on a :

$$\begin{aligned} \frac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5} &= \frac{(5 \times 1,2) \times (10^6 \times 10^{-8})}{24 \times 10^{-1} \times 10^5} \\ &= \frac{6 \times 10^{-8+6}}{24 \times 10^{5-1}} \\ &= \frac{6 \times 10^{-2}}{6 \times 4 \times 10^4} \\ &= \frac{10^{-2}}{4 \times 10^4} \\ &= \frac{1}{4} \times 10^{-2-4} \\ &= 0,25 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Soit

$$\frac{5 \times 10^6 \times 1,2 \times 10^{-8}}{2,4 \times 10^5} = 2,5 \times 10^{-7}$$



2. Pour $x = 20$ et $y = 5$, quelle est la valeur de R dans l'expression $\frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$?

Pour $x = 20$ et $y = 5$ on a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{R} &= \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{1}{20} + \frac{4}{20} \\ \frac{1}{R} &= \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\boxed{\frac{1}{R} = \frac{1}{4} \iff R = 4}$$

3. Un article coûte 120€. Une fois soldé, il coûte 90€. Quel est le pourcentage de réduction ?

Le montant de la réduction est de $120 - 90 = 30$ € sur un prix initial de 120€ ce qui représente un pourcentage de réduction de :

$$\boxed{\frac{30}{120} = 0,25 = 25\%}$$

4. On considère l'agrandissement de coefficient 2 d'un rectangle ayant pour largeur 5 cm et pour longueur 8 cm. Quel est l'aire du rectangle obtenu ?

Le rectangle agrandi sera de mesures 10 cm et 16 cm donc son aire sera de :

$$\boxed{A = 10 \times 16 = 160 \text{ cm}^2}$$

Exercice 2. Lectures graphique

4 points

1. Lectures graphiques.

1. a. Quelle est la distance totale de cette étape ?

La distance totale est de 190 km.

1. b. En combien de temps le cycliste a-t-il parcouru les cents premiers kilomètres ?

Les 100 premiers kilomètres ont été parcourus en 2,5h = 2h 30 min.

1. c. Quelle est la distance parcourue lors de la dernière demi-heure de course ?

La distance totale parcourue lors de la dernière demi-heure de course est de 20 km.

2. Y-a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et la durée de parcours de cette étape ?

Il n'y a pas proportionnalité entre la distance parcourue et la durée de parcours de cette étape car les points de la représentation graphique ne sont pas alignés avec l'origine du repère. En effet on a par exemple :

| | | |
|--------------------|----|----|
| t (durée en heure) | 1 | 2 |
| D (distance en km) | 40 | 70 |

Or ceci n'est clairement pas un tableau de proportionnalité puisque

$$\frac{2}{1} \neq \frac{70}{40}$$

Proposer un explication.

On peut supposer que la vitesse n'est pas constante car le terrain n'est pas plan. Il y a certainement des montées et des descentes.



Exercice 3. Probabilités

6 points

1. Par lecture graphique donner la fréquence d'apparition de la somme 3.

La fréquence d'apparition de la somme 3 est de 15%.

2. Lire la fréquence d'apparition de la somme 1. justifier cette fréquence.

La fréquence d'apparition de la somme 1 est de 0%.

Ceci est logique car en lançant deux dés tétraédriques dont les faces sont numérotées de 1 à 4, la plus petite somme que l'on puisse obtenir est 2 (et la plus grande 8).

3. 3. a. Décrire les lancers de dés qui permettent d'obtenir une somme égale à 3.

Notons $(a ; b)$ l'évènement « obtenir a avec un dé et b avec l'autre » .

Les lancers de dés qui permettent d'obtenir une somme égale à 3 sont au nombre de 2 si on suppose les dés discernables :

$$(1 ; 2) \text{ et } (2 ; 1)$$

3. b. En déduire la probabilité d'obtenir une somme égale à 3.

En utilisant les notations précédentes on a :

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---------|---------|----------------------|-----------------------------------|--|-----------------------------------|----------------------|---------|
| Lancers | (1 ; 1) | (1 ; 2) ; (2 ; 1) | (1 ; 3) ; (3 ; 1) ; (2 ; 2) | (1 ; 4) ; (4 ; 1) ; (2 ; 3) ; (3 ; 2) | (2 ; 4) ; (4 ; 2) ; (3 ; 3) | (3 ; 4) ; (4 ; 3) | (4 ; 4) |

L'univers Ω est bien composé de 16 évènements élémentaires ce que l'on peut retrouver facilement à l'aide d'un arbre de probabilité. Chaque évènement élémentaire étant équiprobable, la probabilité d'obtenir une somme égale à 3 est donc obtenue en divisant le nombre de cas favorables, soit 2 d'après la question précédente, par le nombre de cas possibles (ou cardinal de l'univers), soit ici 16. On a donc :

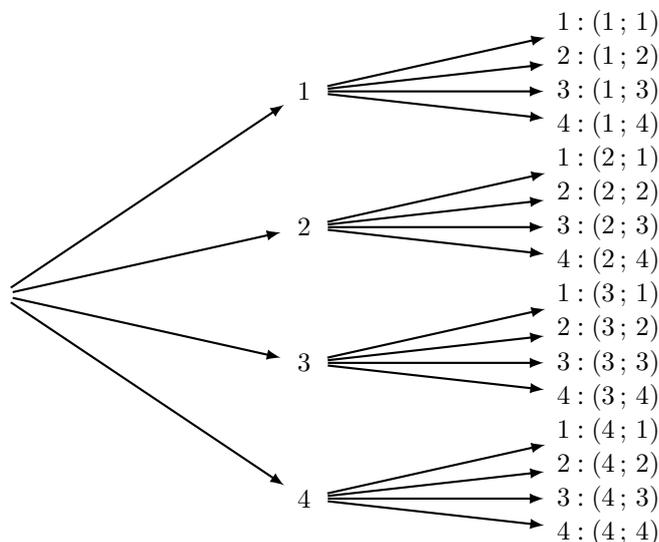
$$p = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

Expliquer pourquoi le résultat diffère de celui de la question 1.

Propriété 1

Quand une expérience aléatoire est répétée un très grand nombre de fois, la fréquence relative de réalisation d'un évènement élémentaire se rapproche d'une valeur particulière : la probabilité de cet évènement élémentaire.

Ici, l'expérience a été répétée 1 000 fois ce qui est insuffisant. Plus le nombre d'expériences sera grand, plus la fréquence de chaque évènement a de chances de se rapprocher de la probabilité de l'évènement. Mais les écarts demeurent !





Exercice 4. Programme de calcul

4 points

Il s'agit de trouver le nombre auquel on pense en suivant le programme donné. On peut tester des nombres au hasard mais cela risque d'être long. Plus rigoureusement, on va faire tourner le programme en prenant x comme nombre de départ puis résoudre une équation.

| Choix du nombre | x | |
|-----------------|--------------------|---|
| Étape 1 | $x - 10$ | « Je lui soustrais 10 » |
| Étape 2 | $(x - 10)^2$ | « J'élève le tout au carré » |
| Étape 3 | $(x - 10)^2 - x^2$ | « Je soustraits au résultat le carré du nombre choisi » |

On cherche donc un nombre x qui vérifie l'égalité :

$$(x - 10)^2 - x^2 = -340$$

Pour résoudre cette équation que l'on peut noter (E) , on va développer le terme de gauche en utilisant l'identité remarquable

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Cela nous donne :

$$\begin{aligned}(E) : (x - 10)^2 - x^2 = -340 &\iff x^2 - 20x + 100 - x^2 = -340 \\ &\iff -20x + 100 = -340 \\ &\iff -20x = -340 - 100 \\ &\iff -20x = -440 \\ (x - 10)^2 - x^2 = -340 &\iff x = \frac{-440}{-20} = 22\end{aligned}$$

Donc

$$\mathcal{S}_E = \{22\}$$

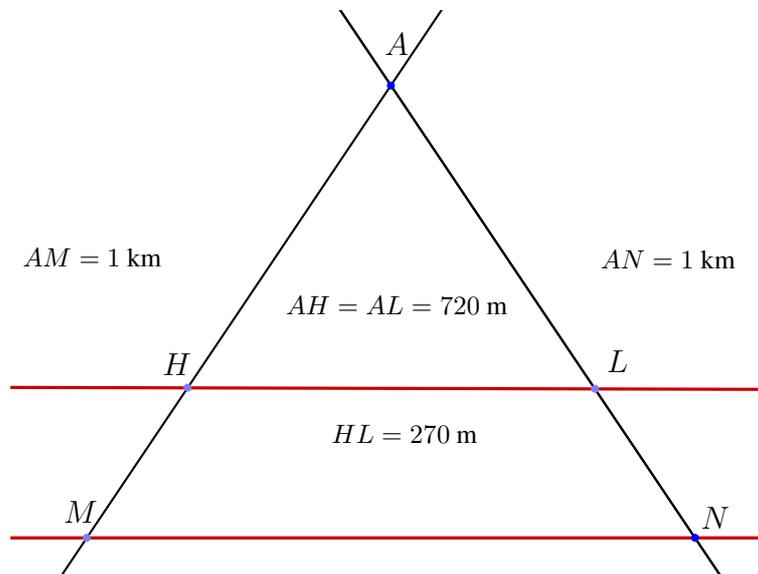
L'unique solution de l'équation (E) est l'entier $x = 22$ ce qui nous donne le nombre cherché.



Exercice 5. Thalès

4 points

On peut modéliser la situation ainsi :



1. Relever la phrase de l'énoncé qui permet d'affirmer que les droites (LH) et (MN) sont parallèles.

« Les deux hélicoptères se situent à la même altitude et le peloton de coureurs roule sur une route horizontale » donc les droites (LH) et (MN) sont parallèles.

2. Calculer la distance MN entre les deux motos.

• **Données**

- Les points A, H, M et A, L, N sont alignés sur deux droites sécantes en A;
- Les droites (HL) et (MN) sont parallèles.

• **Le théorème**

Donc d'après le *théorème de Thalès* on a :

$$\frac{AH}{AM} = \frac{AL}{AN} = \frac{HL}{MN}$$

Puis en remplaçant par les valeurs avec $AM = AN = 1 \text{ km} = 1\,000 \text{ m}$ on obtient :

Attention, tout doit être en mètres, ou en kilomètres, ne pas mélanger les unités.

$$\frac{720}{1\,000} = \frac{720}{1\,000} = \frac{270}{MN}$$

• **Calcul de MN.**

On a donc

$$\frac{720}{1\,000} = \frac{270}{MN}$$

Puis par produit en croix

$$MN = \frac{1\,000 \times 270}{720}$$

Soit :

$$\boxed{MN = 375 \text{ m}}$$



Exercice 6. Statistiques

4 points

1. Calculer la différence entre le temps de course de Leopold Konig et celui de Vincenzo Nibali.

Leopold Konig a un temps de course de 81h 00min et celui Vincenzo Nibali 80h 45min.

La différence entre les deux temps de course est donc de :

$$81\text{h } 00\text{min} - 80\text{h } 45\text{min} = 15\text{min}$$

2. On considère la série statistique des temps de course.

2. a. Que représente pour la série statistique la différence calculée à la question 1) ?

Le temps calculé lors de la question 1) est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la série statistique. Cela correspond donc à l'étendue de la série statistique.

2. b. Quel est la médiane de cette série statistique ?

Définition 2 (Médiane)

Soit une série statistique quantitative de N valeurs. La **médiane** de la série, notée M_e est **une** valeur telle que :

- au moins 50% des valeurs de la série soient inférieures ou égales à M_e ;
- et au moins 50% des valeurs de la série soient supérieures ou égales à M_e ;

Définition 3 (Médiane)

Soit une série statistique quantitative de N valeurs ordonnées. La **médiane** de cette série, est **une** valeur telle que :

- si N est **impair**, la valeur « du milieu » c'est à dire la valeur de rang : $\frac{N-1}{2} + 1$;
- si N est **pair**, toute valeur située entre les valeurs de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$. On prendra souvent la moyenne.

Dans la série statistique ici considérée, on a $N = 9$ valeurs, donc un nombre impair de valeurs. La médiane de cette série sera donc la valeur de rang $\frac{N-1}{2} + 1 = \frac{8}{2} + 1 = 5$ soit le temps de course de Bardet Romain :

$$M_e = 80\text{h } 55\text{min}$$

On vérifie bien qu'au moins la moitié des valeurs sont supérieures ou égales à M_e , il y en a 5. Et au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à M_e , il y en a 5 aussi.

2. c. Quelle est la vitesse moyenne, en km.h^{-1} du premier français Thibaut Pinot ? Arrondir à l'unité.

Le premier français Thibaut Pinot a parcouru à l'issue de la 18^{ième} étape, 3 260,5 kilomètres en 80h 52 min.

Il est plus simple ici de convertir le temps de course en minute, on a :

$$80\text{h } 52\text{ min} = (80 \times 60 + 52)\text{ min} = 4852\text{ min}$$

La vitesse est le quotient de la distance par le temps donc en km.min^{-1} on a :

$$v = \frac{3\,260,5\text{ km}}{4\,852\text{ min}}$$

Soit en km.h^{-1} et arrondi à l'unité :

$$v = 60 \times \frac{3\,260,5}{4\,852} \approx 40\text{ km.h}^{-1}$$

Remarque : Pour cette question, on pouvait aussi utiliser le tableau de proportionnalité :

| | | |
|----------|--------|------------|
| Distance | ? | 3 260,5 km |
| Temps | 60 min | 4 852 min |

En utilisant la quatrième proportionnelle on avait alors directement la vitesse cherchée qui correspond à la distance parcourue en 60 min soit :

$$v = \frac{60 \times 3\,260,5}{4\,852} \approx 40\text{ km.h}^{-1}$$



Exercice 7. Pyramide et volume

8 points

1. Calculer la hauteur réelle de la Pyramide du Louvre. On arrondira au centimètre.

On cherche donc à calculer SH . On va se placer dans le triangle SAH rectangle en H .

- **Calcul de AC .**

La pyramide régulière $SABCD$ est à base un carré $ABCD$ de 35,50 mètres de côté.

Dans le triangle BAC rectangle en B , d'après le théorème de Pythagore on a :

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 35,5^2 + 35,5^2$$

$$AC^2 = 1260,25 + 1260,25$$

$$AC^2 = 2520,5$$

Or AC est positif puisque c'est une longueur, l'unique solution possible est donc :

$$AC = \sqrt{2520,5}$$

$$AC \approx 50,2 \text{ m}$$

- **Calcul de AH .**

La pyramide régulière $SABCD$ est à base un carré $ABCD$ de 35,50 mètres de côté. Les diagonales $[DB]$ et $[AC]$ du carré $ABCD$ se coupant en leurs milieux on a en gardant la valeur exacte calculée ci-avant :

$$AH = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2520,5}}{2}$$

- **Calcul de SH .**

Le triangle SAH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore :

$$AS^2 = AH^2 + SH^2$$

$$33,14^2 = \left(\frac{\sqrt{2520,5}}{2} \right)^2 + SH^2$$

$$SH^2 = 33,14^2 - \left(\frac{\sqrt{2520,5}}{2} \right)^2$$

$$SH^2 = 33,14^2 - \frac{2520,5}{4}$$

$$SH^2 = 468,1346$$

Or SH est positif car c'est une longueur, la seule solution possible est alors arrondie au centimètre :

$$SH = \sqrt{468,1346} \approx 21,64 \text{ m}$$

2. On veut tracer le patron à l'échelle 1/800.

2. a. Calculer les dimensions nécessaires de ce patron en les arrondissant au millimètre.

Il suffit donc de diviser les distances par 800 et de convertir le résultat (exprimé en mètres), en centimètre, arrondi au mm. On va donc diviser par 800 et multiplier par 100, donc cela revient à diviser par 8.

- **La base** sera alors un carré de côté AB avec :

$$AB = \frac{35,50}{800} \text{ m} = 0,044375 \text{ m} = 4,4375 \text{ cm} \approx \underline{4,3 \text{ cm}}$$

ou directement

$$AB = \frac{35,50}{800} \times 100 \text{ cm} = \frac{35,50}{8} \text{ cm} = 4,4375 \text{ cm} \approx \underline{4,3 \text{ cm}}$$

$$AB \approx 4,3 \text{ cm}$$

- **La hauteur SH** : (n'est pas utile pour la construction du patron)

$$SH = \frac{\sqrt{468,1346}}{8} \approx 2,7 \text{ cm}$$

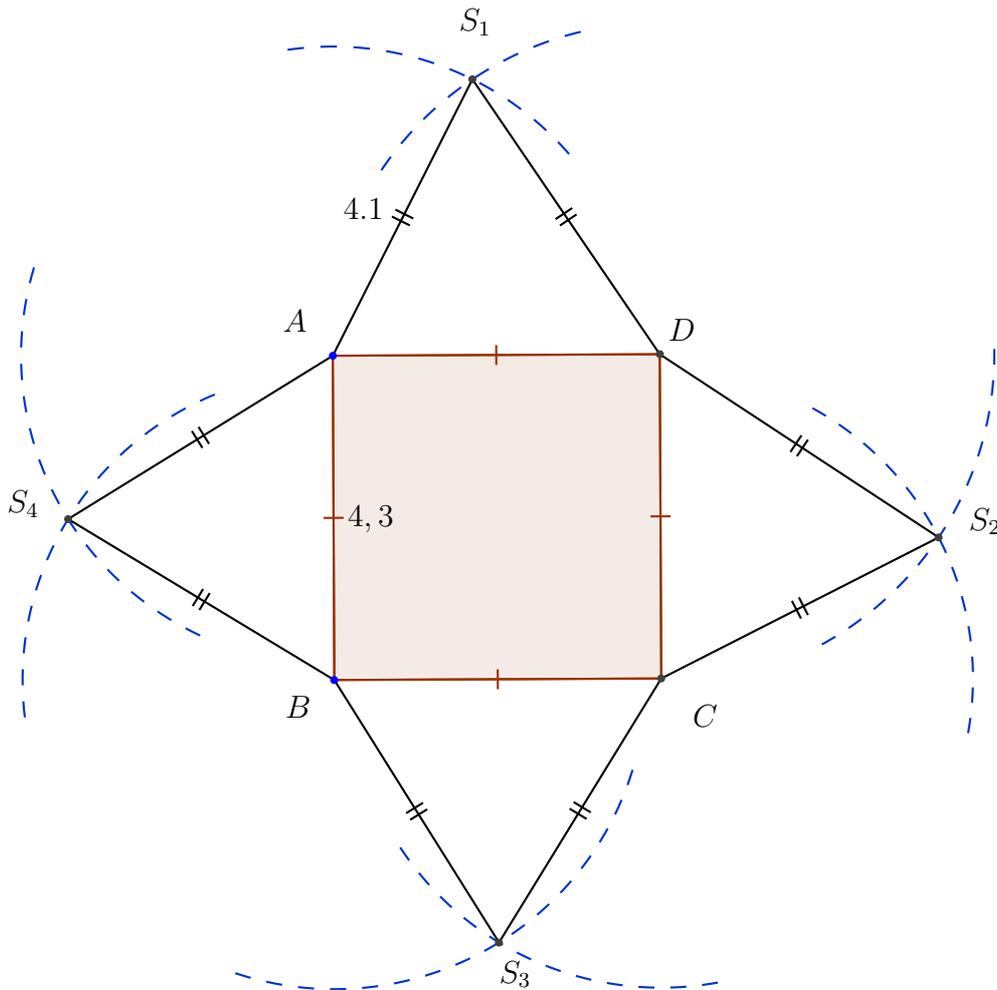


- Les arêtes $SA = SA = SC = SD$:

$$SA = \frac{33,14}{8} \approx 4,1 \text{ cm}$$

2. b. Construire le patron en faisant apparaître les traits de construction.

On va donc construire un carré $ABCD$ de côté 4,3 cm et sur chacun des côtés, quatre triangles isocèles en S_1, S_2, S_3, S_4 tels que $S_1A = S_1B = 4,1 \text{ cm}$...



- Fin du devoir -