Durée : 2 heures

Correction du brevet des collèges Centres étrangers 17 juin 2014

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **6 points**

Voici une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.

Dans cet exercice, on cherche à comprendre comment cette feuille a été remplie.

	A	B	C
1	216	126	90
2	126	90	36
3	90	36	54
4	54	36	18
5	36	18	18
6	18	18	0

1. *En observant les valeurs du tableau, on remarque que les cellules de la colonne C semblent être obtenues par différence entre celle de la colonne A et celles de la colonne B, d'où la formule* $\boxed{\textit{=A1-B1}}$

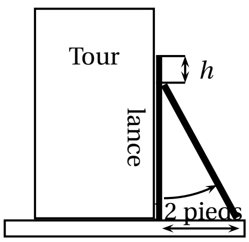
   On peut aussi entrer la formule $\boxed{\textit{=\$A1-\$B1}}$
2. Le tableur fournit deux fonctions MAX et MIN. À partir de deux nombres, MAX renvoie la valeur la plus grande et MIN la plus petite. (exemple MAX(23 ; 12) = 23)

   La formule qui a été entrée dans la cellule A2, puis recopiée vers le bas est $\boxed{\textit{=MAX(A1 ;B1)}}$
3. *L'algorithme en œuvre dans cette feuille de calculs est celui des différences successives qui permet de trouver le PGCD de deux entiers. Donc le nombre figurant dans la cellule C5 représente le PGCD de 216 et de 126.*
4. *D'après la question précédente, la fraction* $\dfrac{216}{126}$ *n'est pas irréductible car simplifiable par 18. D'où* $\dfrac{216}{126} = \dfrac{216:18}{126:18} = \boxed{\dfrac{12}{7}}$

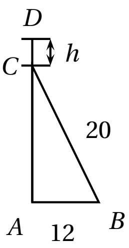
EXERCICE 2 **3 points**

À Pise vers 1200 après J. C. (problème attribué à Léonard de Pise, dit Fibonacci, mathématicien italien du moyen âge).

Une lance, longue de 20 pieds, est posée verticalement le long d'une tour considérée comme perpendiculaire au sol. Si on éloigne l'extrémité de la lance qui repose sur le sol de 12 pieds de la tour, de combien descend l'autre extrémité de la lance le long du mur ?
* Un pied est une unité de mesure anglo-saxonne valant environ 30 cm.



Il est utile de tracer un schéma simplifié du problème.



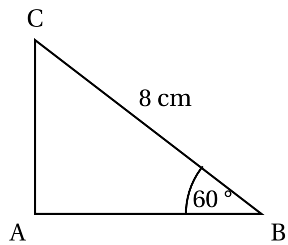
Dans le schéma, $AD = CB = 20$ *pieds.*
Le triangle, ABC *étant rectangle en* A*, d'après le théorème de Pythagore, on a :*
$AC^2 = CB^2 - AB^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$. D'où $\boxed{AC = 16 \text{ pieds.}}$
La lance descend de $h = 20 - 16 = 4$ pieds.

EXERCICE 3 **6 points**

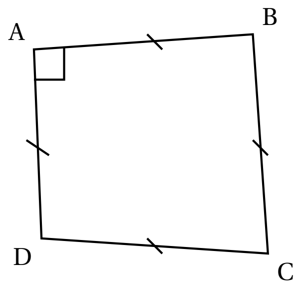
Attention les figures tracées ne respectent ni les mesures de longueur, ni les mesures d'angle

Répondre par « vrai » ou « faux » ou « on ne peut pas savoir » à chacune des affirmations suivantes et expliquer votre choix.

1. Tout triangle inscrit dans un cercle est rectangle.
   Cette affirmation est fausse, puisque tout triangle admet un cercle circonscrit (dont le centre est le point d'intersection des médiatrices). On peut aussi tracer un contre-exemple.
2. Si un point M appartient à la médiatrice d'un segment [AB] alors le triangle AMB est isocèle.
   Cette affirmation est vraie (en considérant toutefois M différent du milieu de [AB]). En effet tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des extrémités de ce segment.
3. Dans le triangle ABC suivant,
   AB = 4 cm.
   Le triangle n'étant pas rectangle, on ne peut pas en déduire la longueur AB avec les seules informations dont nous disposons. On ne peut pas savoir.



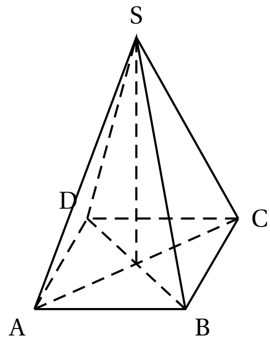
4. Le quadrilatère ABCD ci-contre est un carré.
   Le quadrilatère ABCD est un losange car ses côtés sont de la même longueur. De plus, les côtés [AD] et [AB] consécutifs sont perpendiculaires. Donc l'affirmation est vraie.



EXERCICE 4 **5 points**

Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisée en verre feuilleté au centre de la cour intérieure du Louvre. Cette pyramide régulière a :

- pour base un carré ABCD de côté 35 mètres ;
- pour hauteur le segment [SO] de longueur 22 mètres.



Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.
Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle 4 cm^3 d'huile par heure.
Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.
Calculons le volume V de la pyramide réduite :
$V = \frac{1}{3} \times (3500\text{ cm})^2 \times 2200\text{ cm} \times \left(\frac{1}{500}\right)^3 = \frac{1078}{15}\text{ cm}^3$
Calculons le temps t demandé :
$t = \frac{1078}{15}\text{ cm}^3 : 4\text{ cm}^3/h = \frac{539}{30}\,h \boxed{\approx 18\ h}$ arrondi à l'heure.

EXERCICE 5 **3 points**

1. *Développons et réduisons l'expression :* $(2n+5)(2n-5) = (2n)^2 - 5^2 = \boxed{4n^2 - 25}$
2. D'après la question 1, calculons $205 \times 195 = (2 \times 100+5)(2 \times 100-5) = 4 \times 100^2 - 25 = 40000 - 25 = \boxed{39975}$.

EXERCICE 6 **6 points**

Pour préparer son voyage à Marseille, Julien utilise un site Internet pour choisir le meilleur itinéraire.

Calculez votre itinéraire		**59 000 Lille–13000 Marseille**	
Départ		Coût estimé	Péage 73,90 €
59 000 Lille France			Carburant 89,44 €
		Temps	8 h 47 dont
			8 h 31 sur autoroute
Arrivée			
13 000 Marseille France		Distance	1 004 km dont
			993 km sur autoroute

1. Quelle vitesse moyenne, arrondie au km/h, cet itinéraire prévoit-il pour la portion de trajet sur autoroute ?
   Il parcourt 993 km en 8h31, c'est-à-dire en $8 \times 60 + 31 = 511$ *min.*
   Sa vitesse moyenne v est donc : $v = \dfrac{993 \text{ km}}{511 \text{ min}} \times 60 \text{ min/h} \boxed{\approx 117 \text{ km/h}}$
2. Sachant que la sécurité routière préconise au moins une pause de 10 à 20 minutes toutes les deux heures de conduite, quelle doit être la durée minimale que Julien doit prévoir pour son voyage ?
   Dans 8h47, il y a 4 fois 2 heures, donc à rajouter au minimum 40 minutes, soit une durée de 9h27
3. Sachant que le réservoir de sa voiture a une capacité de 60 L et qu'un litre d'essence coûte 1,42 €, peut-il faire le trajet avec un seul plein d'essence en se fiant aux données du site internet ?
   D'après les données du site internet, le volume d'essence qu'il dépensera sera de $\dfrac{89,44 \text{ €}}{1,42\text{€/L}} \boxed{\approx 63 \text{ L}}$ *arrondi au litre, soit plus d'un réservoir.*

EXERCICE 7 **7 points**

Il existe différentes unités de mesure de la température : en France on utilise le degré Celsius (°C), aux États-Unis on utilise le degré Fahrenheit (° F).

Pour passer des degrés Celsius aux degrés Fahrenheit, on multiplie le nombre de départ par 1,8 et on ajoute 32 au résultat.

1. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Fahrenheit si on le plongeait dans une casserole d'eau qui gèle ? On rappelle que l'eau gèle à 0 °C.
   Il indiquerait $1,8 \times 0 + 32 = 32$ ° F
2. Qu'indiquerait un thermomètre en degrés Celsius si on le plongeait dans une casserole d'eau portée à 212 °F ? Que se passe t-il ?
   Il indiquerait $\dfrac{212-32}{1,8} = 100$° C. L'eau bout.
3. **a.** *Si l'on note x la température en degré Celsius et* $f(x)$ *la température en degré Fahrenheit, alors* $\boxed{f(x) = 1,8x + 32}$

   b. *C'est une fonction* $\boxed{\textit{affine}}$

   c. *L'image de* 5 *par la fonction* f *est* $f(5) = 1,8 \times 5 + 32 = \boxed{41}$

   d. *L'antécédent x de* 5 *par la fonction* f *est la solution de l'équation* $18x + 32 = 5$ *soit* $x = \dfrac{5-32}{1,8} = \boxed{-15}$

   e. *En terme de conversion de température la relation* $f(10) = \boxed{50}$ *signifie que 10° C correspondent à 50° F.*