Ce livret appartient à : …………………………………………………………

Collège Maxime Deyts – Bailleul

Livret d'exercices de Mathématiques de la 4ème à la 3ème

La classe de 3$^{\text{ème}}$ est une étape importante dans le cursus scolaire de chaque élève. En effet, tout au long de l'année, les élèves doivent avoir à l'esprit les deux objectifs suivants : **leur orientation et le Brevet des Collèges**.

Afin d'aborder le programme de mathématiques dans de bonnes conditions, l'équipe des professeurs de mathématiques du collège propose aux élèves ce livret d'exercices. Composé d'une série non exhaustive d'exercices, il doit permettre à chaque élève de **mettre à jour ses savoir-faire mathématiques**.

Ce livret constituera également une base de référence pour les Devoirs Maison que les élèves auront à rédiger en classe de 3$^{\text{ème}}$. **Les élèves devront donc avoir ce livret tout au long de l'année de 3$^{\text{ème}}$.**

En attendant : bonnes vacances !

http://www.promath.fr/

Date et signature élève	Date et signature parents

Pour commencer : un peu de calcul mental…

Pour chaque exercice :
- déterminer le montant de la réduction
- calculer le prix après réduction de l'article

Exercice 1

Prendre 50% d'une quantité c'est prendre la moitié de cette quantité c'est-à-dire diviser cette quantité par 2…

Exercice 2

Prendre 25% d'une quantité c'est prendre un quart de cette quantité (la moitié de la moitié) c'est-à-dire diviser cette quantité par 4…

Exercice 3

Apple iPod touch - 4ème génération

165 €

L'iPod touch intègre une fonctionnalité d'appel vidéo complète. Vos amis pourront enfin vous voir... à votre bon vouloir. Il vous suffit d'appuyer sur un bouton pour saluer vos amis de l'étranger, leur demander leur avis sur une paire de chaussures ou leur faire partager vos moments

Prendre 10% d'une quantité c'est prendre un dixième de cette quantité c'est-à-dire diviser cette quantité par 10…

Nombres relatifs et opérations

Produit de deux nombres	*Quotients de deux nombres*
Le produit de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif positif. $(+4)\times(+3)=12$ $(-5)\times(-2)=10$ Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif négatif. $(+6)\times(-3)=-18$ $(-7)\times(+4)=-28$	Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif positif. $(+8)\div(+2)=4$ $(-10)\div(-2)=5$ Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif négatif. $(-15)\div(+5)=-3$ $(+18)\div(-2)=-9$

Exercice 1

Recopier et compléter.

$(+5)\times(+3)=......$	$(+4)\times(-2)=......$	$(+10)\div(+2)=......$	$(-35)\div(+5)=......$
$(-6)\times(-7)=......$	$(-8)\times(+3)=......$	$(-12)\div(-6)=......$	$(+24)\div(-3)=......$
$(-4)\times(......)=20$	$(-7)\times(......)=-14$	$(-40)\div(......)=10$	$(-14)\div(......)=-2$

Exercice 2

Pour aller du départ à l'arrivée, on se déplace uniquement vers une case qui a un côté commun avec celle sur laquelle on se trouve. De plus, on ne passe jamais deux fois par la même case. On multiplie tous les nombres rencontrés pendant un trajet.

	A	B	C
1	**départ**	-2	4
2	3	-5	7
3	-1	6	**arrivée**
4			

Le professeur Matheux a lancé un défi à ses élèves de 4ème : « L'élève qui trouve le plus grand nombre de résultats différents a gagné ! ». Relever le défi et tenter de remporter le défi.

Nombres relatifs et puissances

Puissances avec exposant positif	*Puissances avec exposant négatif*
$4^3 = 4\times4\times4 = 64$ $(-2)^5 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = -32$	$5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{5\times5} = \dfrac{1}{25}$

Exercice 1

Recopier et compléter.

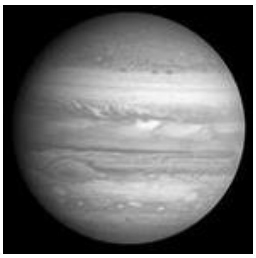
$8^2 =$ $\quad$ $5^4 =$ $\quad$ $(-4)^3 =$ $\quad$ $2^{-3} =$

Exercice 2 Distance Terre-Jupiter

(Extrait du livret d'évaluation à l'entrée en seconde – septembre 2003)

La loi de Titius-Bode donne la distance approximative exprimée en U.A. (Unité Astronomique) des planètes au Soleil :

$d = 0{,}4 + 0{,}3\times2^n$. Pour $n = 4$, on obtient la distance de Jupiter au soleil. Calculer cette distance.



Additions et soustractions	*Multiplications*
Pour ajouter ou soustraire deux fractions, celles-ci doivent avoir le même dénominateur. $\frac{5}{6}+\frac{2}{9}=\frac{5\times3}{6\times3}+\frac{2\times2}{9\times2}=\frac{15}{18}+\frac{4}{18}=\frac{19}{18}$	Pour multiplier deux fractions : on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. $\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}=\frac{5\times3}{7\times2}=\frac{15}{14}$

Enchaînements d'opérations

$$A=\frac{5}{6}+\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{6}+\frac{5\times1}{2\times2}=\frac{5}{6}+\frac{5}{4}=\frac{5\times2}{6\times2}+\frac{5\times3}{4\times3}=\frac{10}{12}+\frac{15}{12}=\frac{25}{12}$$

Exercice

Calculer en détaillant les étapes de calcul.

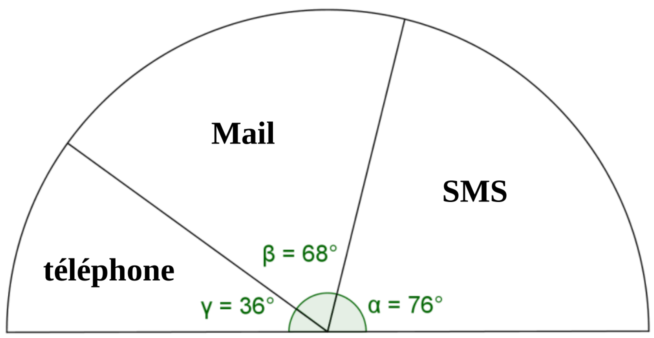
$\frac{5}{8}+\frac{7}{6}$ $\quad\frac{7}{15}-\frac{3}{25}$ $\quad\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}$ $\quad\frac{12}{35}\times\frac{28}{18}$ $\quad\frac{5}{8}-\frac{7}{6}\times\frac{1}{2}$

Proportionnalité et diagramme circulaire

On a interrogé des élèves d'un collège sur leurs moyens de communication. Le tableau suivant donne le résultat de cette enquête. Pour représenter cette répartition par un diagramme semi-circulaire, on utilise la proportionnalité…

moyen de communication	SMS	Mail	téléphone	total
effectifs	42	38	20	**100**
angles en degrés	75,6°	68,4°	36°	**180°**

x 1,8



Exercice

Au kiosque à journaux, on trouve des magazines dont la répartition est donnée dans le tableau ci-dessous.

Type de magazines	sportif	scientifique	actualité	jeux	total
effectifs	23	12	30	10	
angles					

Représenter cette répartition par un diagramme semi-circulaire.

Moyenne, médiane et étendue

Exercices résolus

Enoncé

Voici les statistiques portant sur les 64 matchs de la phase finale de la coupe du monde de football en Russie en 2018.

Nombre de buts marqués	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de matchs	1	15	17	19	5	2	2	3

1. Combien y a-t-il eu de buts marqués par match en moyenne?
2. Quelle est l'étendue de cette série statistique?

Solution

1. On additionne les produits de chaque valeur (nombre de buts) par LEUR effectif (nombre de matchs) :

$0\times1 + 1\times15 + 2\times17 + 3\times19 + 4\times5 + 5\times2 + 6\times2 + 7\times3 = 169$

Puis on divise le nombre obtenu par l'effectif total :
$169 \div 64 \approx 2,6$
En moyenne, **il y a eu environ 2,6 buts par match**.

2. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : 7 – 0 = 7

Enoncé

Après la sortie du film Doll Story 4, Armand, vendeur chez "Toys're ours" a fait ses statistiques de vente de figurines de Spoony par mois, puis par jour pour la semaine précédant Noël.

juillet	août	sept.	oct.	nov.	dec.
195	62	15	158	176	189

Semaine précédant Noël						
Lu	Ma	Me	Je	Ve	Sa	Di
2	5	9	10	16	19	21

Calculer les médianes de ces 2 séries.

Solution

1ère série : On range les 6 valeurs dans l'ordre croissant : $\underbrace{15 – 62 – 158}_{\text{3 valeurs}} – \underbrace{176 – 189 – 195}_{\text{3 valeurs}}$

Tout nombre compris entre 158 et 176 convient comme valeur médiane. On peut prendre, par exemple, la demi-somme des 2 "valeurs du milieu" :
$\frac{158+176}{2} = 167$

2ème série : Il y a 7 valeurs (par ordre croissant)
$\underbrace{2 – 5 – 9}_{\text{3 valeurs}} – 10 – \underbrace{16 – 19 – 21}_{\text{3 valeurs}}$

La médiane est la "valeur du milieu" : 10

A vous…

Exercice 1

Lors de l'Euro 2016 en France, dans la phase à élimination directe, avant tirs au but, on a relevé les statistiques suivantes.

Nombre de buts marqués	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de matchs	3	6	3	2	0	0	1

1. Combien y a-t-il eu de buts marqués par match en moyenne?
2. Quelle est l'étendue de cette série statistique?

Exercice 2

Mme Sansucre, pâtissière, note le nombre de tartelettes aux fraises vendues par heure.
Le dimanche 1er mars (ouverture 7H-13H)
9 12 14 15 17 24
Le mercredi 1er avril (ouverture 7-13H et 14-19H)
4 8 10 12 14 2 6 11 14 10 5

1. Calculer la médiane de ces 2 séries.
2. Compléter : Le 1er avril, pendant 50% du temps, elle a vendu au maximum ….. tartelettes aux fraises .

Moyenne, médiane et étendue (suite)

Exercice 3

(Extrait du Brevet Nouvelle-Calédonie – Mars 2019)

Voici le classement des 21 pays ayant obtenu des médailles d'or lors des jeux olympiques d'hiver de Pyeongchang 2018 en Corée :

Pays	Norvège	Allemagne	Canada	États-Unis	Pays-Bas	Suède	Rép. de Corée	Suisse	France	Autriche	Japon	Italie	Russie	Rép. Tchèque	Bélarus	Chine	Slovaquie	Finlande	Grande Bretagne	Pologne	Hongrie
Or	14	14	11	9	8	7	5	5	5	5	4	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1

On considère la série constituée du **nombre de médailles d'or** obtenues par chaque pays, résumée dans la feuille de calcul ci-dessous :

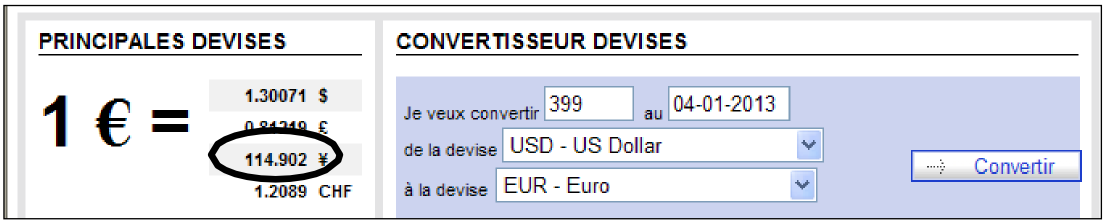
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de médailles	1	2	3	4	5	7	8	9	11	14	
2	Effectif	6	3	1	1	4	1	1	1	1	2	21

1. a. Calculer le nombre moyen de médailles d'or par pays (arrondir le résultat au dixième).
   b. Déterminer la médiane des nombres de médailles d'or par pays.
   c. Interpréter le résultat de la question 1. b.

2. Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule L2 pour obtenir le nombre total de pays ayant eu au moins une médaille d'or ?

Proportionnalité

Li Mei achète un logiciel au Japon. Elle le paie 64 500 Yens.
Quel est le prix de ce logiciel en € ?



Prix en €	1 €	p ?
Prix en ¥	114,902 ¥	64 500 ¥

$p = \dfrac{1 \times 64500}{114,902}$ $\qquad p \approx 561$

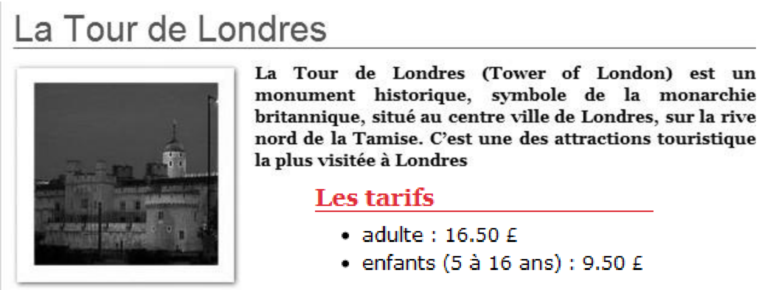
Le prix de ce logiciel est d'environ 561 €.

Exercice 1

Léon achète un jeans aux Etats-Unis. Il le paie 120 $.
Quel est le prix de ce jean en € ?

Exercice 2

Mick et sa sœur Johanna sont en Angleterre et souhaitent visiter la Tour de Londres.
Il ne leur reste pas assez de livres sterling (£) pour visiter ce monument.
La caisse accepte les euros (€) au taux de change en vigueur.
A eux deux, Mick (20 ans) et Johanna (15ans) ont encore un billet de 20 € et un billet de 10 €. Pourront-ils visiter ce très beau monument ?

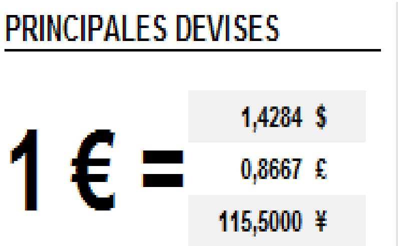


La Tour de Londres

La Tour de Londres (Tower of London) est un monument historique, symbole de la monarchie britannique, situé au centre ville de Londres, sur la rive nord de la Tamise. C'est une des attractions touristique la plus visitée à Londres

Les tarifs

- adulte : 16.50 £
- enfants (5 à 16 ans) : 9.50 £



Calcul littéral

Développements A = $3x(4x+5)$ A = $3x \times 4x + 3x \times 5$ A = $12x^2 + 15x$ B = $-2(4k-3)$ B = $-2 \times 4k + 2 \times 3$ B = $-8k + 6$	C = $-4t(2t-1)$ C = $-4t \times 2t + 4t \times 1$ C = $-8t^2 + 4t$ *Calculer pour…* On considère D = $2t^2 - 6t + 4$. Calculer D pour $t = 5$. D = $2 \times 5^2 - 6 \times 5 + 4$ D = $2 \times 25 - 6 \times 5 + 4$ D = $50 - 30 + 4$ D = 24

Exercice 1

a. Développer et réduire les expressions suivantes.
 E = $2t(t+4)$ F = $-3(5y-2)$ G = $-5a(-3a+6)$

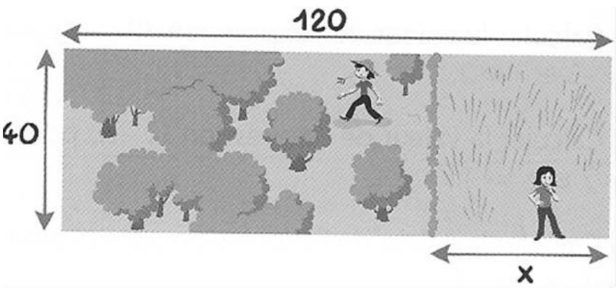
b. On considère l'expression $H = 5x^2 - 3x + 1$. Calculer H pour $x = 4$.

Exercice 2

Daria et Caroline ont chacune calculé l'aire du verger de leur grand-père (à gauche sur la figure) en fonction de la longueur du champ d'à côté (à droite sur la figure), notée x.

Daria a trouvé $(120 - x) \times 40$ et Caroline a trouvé $4800 - 40x$.

Qui a raison ?



Résoudre une équation :

Résoudre l'équation $3\,x - 9 = 6$

On résout :

$$3\,x - 9 = 6$$
$$3\,x - 9 + 9 = 6 + 9$$
$$3\,x = 15$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$
$$x = 5$$

On vérifie : Si $x = 5$

Alors

$3\,x - 9 = 3 \times 5 - 9 = 15 - 9 = 6$

On conclut : Cette équation a une solution qui est 5.

Résoudre l'équation $6\,x - 8 = 4\,x + 12$

On résout :

$$6\,x - 8 = 4\,x + 12$$
$$6\,x - 8 - 4\,x = 4\,x + 12 - 4\,x$$
$$2\,x - 8 = 12$$
$$2\,x - 8 + 8 = 12 + 8$$
$$2\,x = 20$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{20}{2}$$
$$x = 10$$

On vérifie : Si $x = 10$

Alors d'une part

$6\,x - 8 = 6 \times 10 - 8 = 60 - 8 = 52$

d'autre part

$4\,x + 12 = 4 \times 10 + 12 = 40 + 12 = 52$

On conclut : Cette équation a une solution qui est 10.

Exercice 1

Résoudre l'équation suivante :
$2\,x + 1 = -4$

Résoudre l'équation suivante :
$3\,x - 4 = 4\,x - 2$

Exercice 2

Le cinéma « Le Flandria » souhaite attirer la clientèle pendant les vacances d'été.

Tarif Normal : 5 € la place	Tarif Vacances : 12 € la carte « Vacances » puis 3 € la place

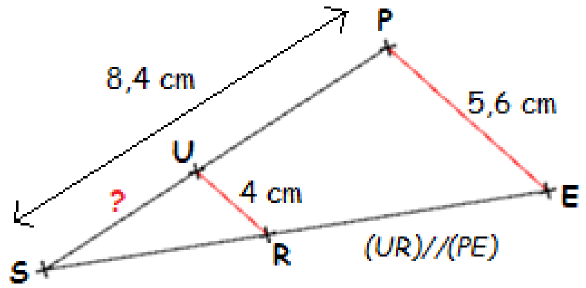
1- Nicolas souhaite aller voir 3 films pendant les vacances.
Quel tarif est le plus intéressant pour lui ? Justifier la réponse.
2- Élisa souhaite aller voir 8 films pendant les vacances.
Quel tarif est le plus intéressant pour elle ? Justifier la réponse.
3- Simon se pose la question : « Pour combien de films, le tarif Vacances et le tarif Normal sont-ils les mêmes ? ».
Aide-le à répondre.

Le théorème de Thalès : calculer une longueur

Exercices résolus

Dans l'exemple ci-dessous, calculer la longueur manquante.

Enoncé



Solution

Dans le triangle SPE, on a:
- U ∈ [SP]
- R ∈ [SE]
- (UR) // (PE)

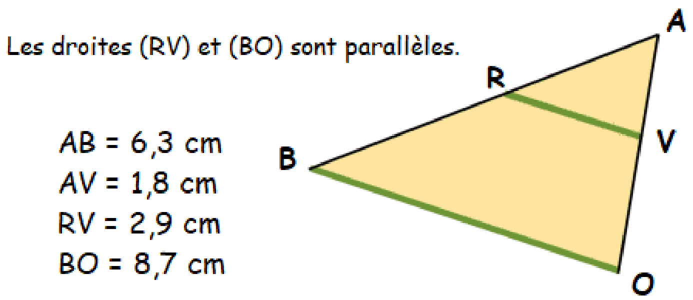
D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{SU}{SP} = \frac{SR}{SE} = \frac{UR}{PE}$

Donc $\frac{SU}{8,4} = \frac{SR}{SE} = \frac{4}{5,6}$

$\frac{SU}{8,4} = \frac{4}{5,6}$ d'où **SU** = $\frac{8,4 \times 4}{5,6} = \frac{33,6}{5,6}$ **= 6 cm**

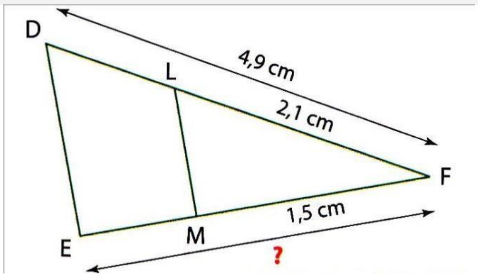
A vous…

Exercice 1



➔ Calculer AR et AO.

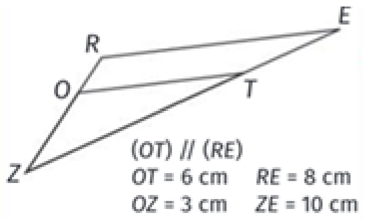
Exercice 2



Les droites (LM) et (DE) sont parallèles. Calculer EF.

QCM

Entourer la bonne réponse.



A	B	C
$\frac{ZO}{ZR} = \frac{ZE}{ZT}$	$\frac{RO}{RZ} = \frac{RE}{OT}$	$\frac{RE}{OT} = \frac{ZE}{ZT}$
ZT = 13,3 cm	ZT = 6 cm	ZT = 7,5 cm

Le théorème de Thalès : calculer une longueur (suite)

Exercice

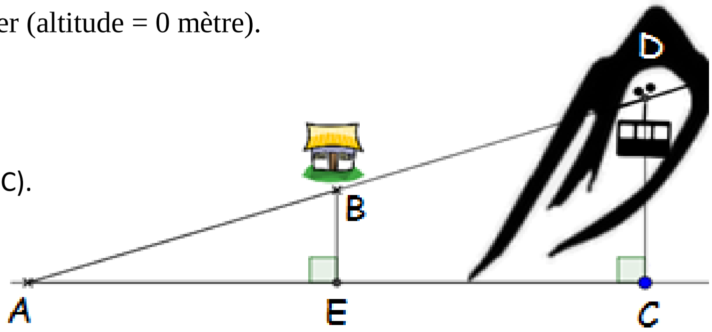
(Extrait du brevet blanc – décembre 2019 – Collège Jean Rostand, Armentières)

Un téléphérique part du point D pour desservir la station de ski au point B et descendre dans le village au point A. On suppose que les points A, E et C sont au niveau de la mer (altitude = 0 mètre).

On vous donne les informations suivantes :

AE = 800 m, AC = 2000 m et AB = 1000 m.

Les droites (BE) et (CD) sont perpendiculaires à la droite (AC).



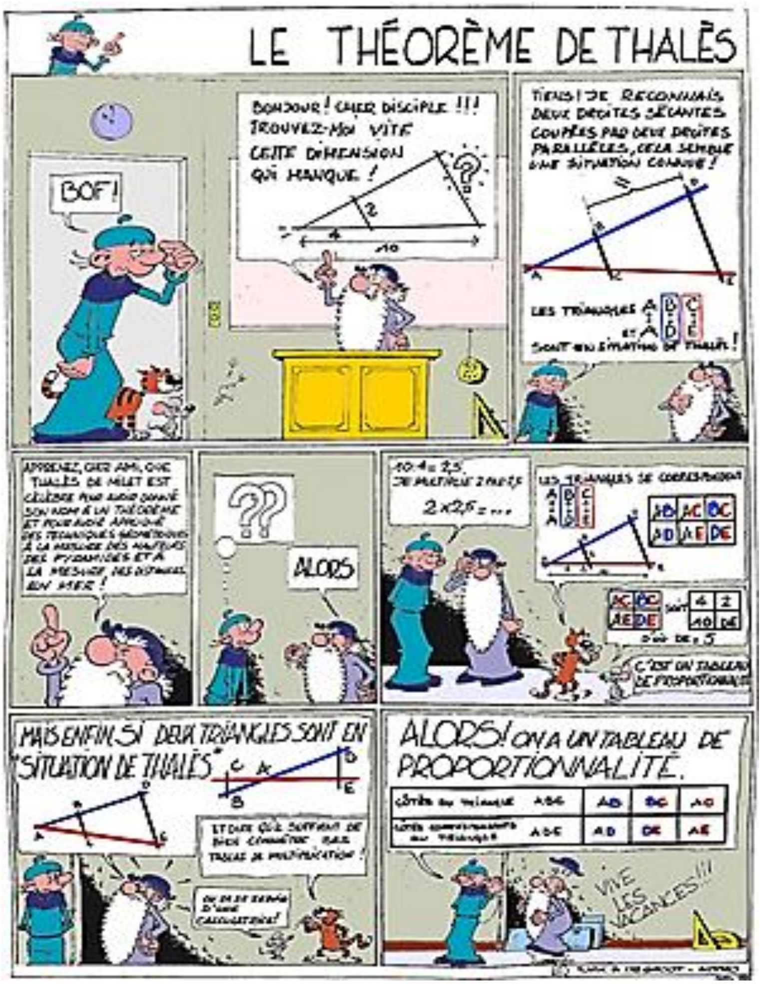
1. Montrer que la station de ski se situe à une altitude de 600 m.

 *Un petit tour p 15 du livret s'impose ?*

2. Que peut-on dire des droites (BE) et (DC) ? *Justifier.*

3. A quelle altitude se situe le point de départ D du téléphérique ?

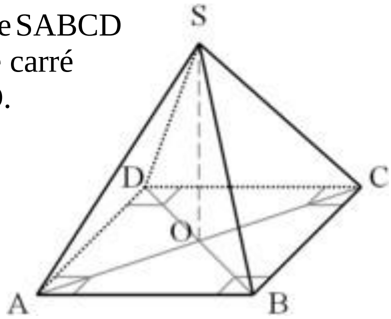
Le coin des curieux



Cette planche de Léonard a été réalisée en 1994 par Turk & De Groot avec le soutien bienveillant du recteur de l'Académie de Strasbourg, de l'inspection pédagogique régionale et du principal du collège de Haguenau (de l'époque).
https://www.ac-strasbourg.fr/pedagogie/mathematiques/college/

A vous !
Laissez libre court à votre imagination et à votre créativité pour créer une planche de bande dessinée…

Volume d'une pyramide

On considère la pyramide SABCD de sommet S, de base le carré ABCD et de hauteur SO.  On donne : AB = 5 cm et SO = 9 cm. Calculer le volume de cette pyramide.	$V = \dfrac{B \times h}{3}$ B : aire de la base de la pyramide B = 5 x 5 = 25 cm² h : hauteur de la pyramide h = 9 cm $V = \dfrac{25 \times 9}{3} = 75 \text{ cm}^3$

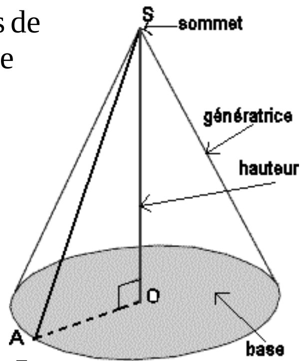
Exercice

La pyramide de Khéops ou grande pyramide de Gizeh est un monument construit par les Égyptiens de l'Antiquité, formant une pyramide à base carrée de côté 227 m et de 137 m de hauteur. Tombeau du pharaon Khéops, elle fut édifiée il y a plus de 4 500 ans, sous la IV^{e} dynastie, au centre d'un vaste complexe funéraire se situant à Gizeh en Égypte.

Calculer le volume de la pyramide de Khéops.

Volume d'un cône de révolution

On considère le cône ci-dessous de sommet S, de base un disque de rayon OA et de hauteur SO.



On donne : OA = 3 cm et SO = 5 cm.
Calculer le volume de cette pyramide.

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

B : aire du disque de base
$B = 3 \times 3 \times \pi = 9\,\pi\ \text{cm}^2$

h : hauteur du cône
h = 5 cm

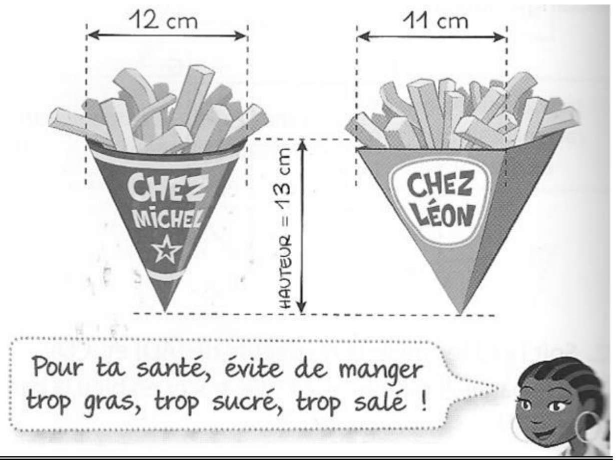
$$V = \frac{9\pi \times 5}{3} = 15\pi\ \text{cm}^3$$

soit $V \approx 47\ \text{cm}^3$

Exercice

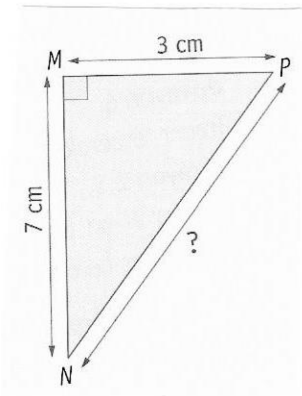
Michel vend ses frites dans des cornets de forme conique.
Léon préfère les cornets dont la forme est une pyramide de base carrée.

Michel dit à Léon :
« Eh bien moi, j'ai plus de frites dans mon cornet ! »
Qu'en pensez-vous ?



Le théorème de Pythagore : le triangle est rectangle

Dans le triangle MNP rectangle en M, d'après le théorème de Pythagore on a :



$NP^2 = MN^2 + MP^2$

$NP^2 = 7^2 + 3^2$

$NP^2 = 49 + 9$

$NP^2 = 58$

$NP = \sqrt{58}$ cm

$NP \approx 7{,}6$ cm

Dans le triangle IJK rectangle en J, le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$IK^2 = IJ^2 + JK^2$

$50^2 = 14^2 + JK^2$

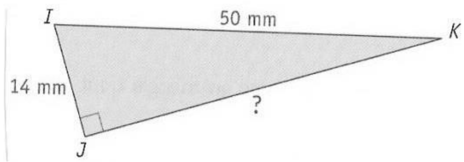
$2500 = 196 + JK^2$

$JK^2 = 2500 - 196$

$JK^2 = 2304$

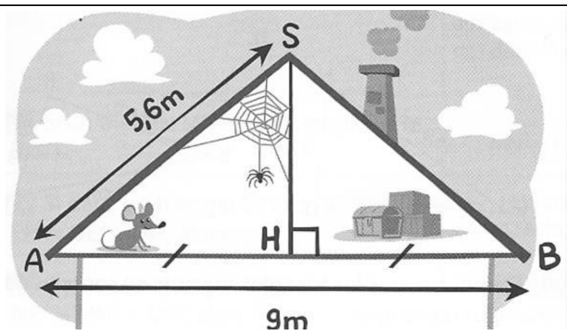
$JK = \sqrt{2304}$

$JK = 48$ mm

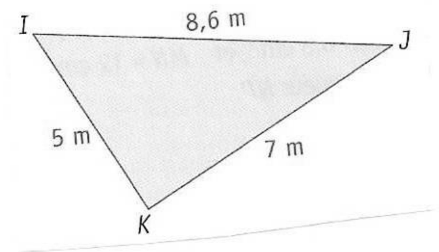


Exercice

Déterminer la hauteur SH du grenier ci-dessous.
On justifiera la réponse et on donnera la valeur exacte puis la valeur approchée au décimètre près.



Réciproque du théorème de Pythagore : le triangle est-il rectangle ?

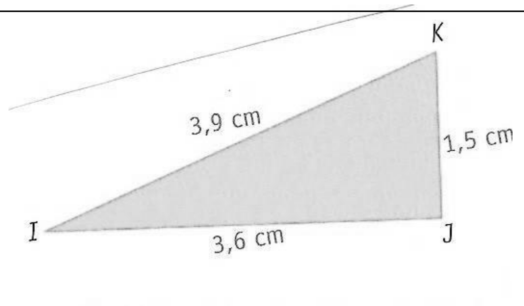


D'une part : $IJ^2 = 8,6^2 =$ **73,96**

D'autre part : $IK^2+KJ^2 = 5^2+7^2 = 25+49 =$ **74**

Ainsi : $IJ^2 \neq IK^2+KJ^2$, l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée

Donc le triangle IJK n'est pas rectangle.



D'une part : $IK^2 = 3,9^2 =$ **15,21**

D'autre part : $IJ^2+JK^2 = 3,6^2+1,5^2 =$ **15,21**

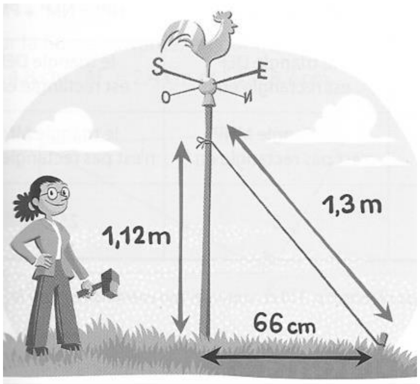
Ainsi : $IK^2 = IJ^2+JK^2$,

Donc: le triangle IJK est rectangle en J d'après la réciproque du théorème de Pythagore

Exercice

Cléa a installé dans son jardin une jolie girouette surmontant un piquet. Comme elle n'est pas vraiment sûre que le piquet est bien perpendiculaire au sol, elle attache une corde comme schématisé sur le dessin et effectue des mesures de l'ensemble.

Le piquet de Cléa est-il perpendiculaire au sol?
On justifiera la réponse.



Pythagore environ 580 avant J-C.

Pythagore est un grand philosophe et mathématicien de la Grèce Antique.
Pythagore s'installe à Croton en 529 avant J-C. Dans cette ville, il fonde une école de mathématique et de philosophie. Malheureusement, les paysans brûlent et tuent les occupants. On ignore toujours si Pythagore a été massacré avec ses étudiants ou s'il a quitté la ville avant le début de la Révolution.
Pythagore est resté célèbre pour avoir démontré une relation dans le triangle rectangle.
Il croyait que la terre était sphérique, que le soleil, la lune et les planètes avaient chacun leur propre mouvement.
Il croyait déjà que la terre était en rotation autour d'un feu central. Cette idée sera reprise plus tard par Copernic.
Les Pythagoriciens ont découvert l'incommensurabilité de la diagonale du carré avec son côté. Ce qui montra l'existence de nombres irrationnels.

Agrandissement et réduction

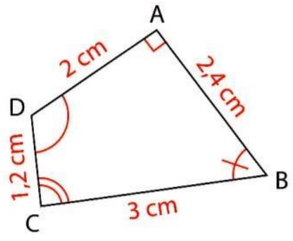
Agrandir (*ou réduire*) une figure c'est dessiner une figure de même forme dont les **dimensions sont multipliées par un nombre k supérieur à 1** (*un nombre k compris entre 0 et 1*).

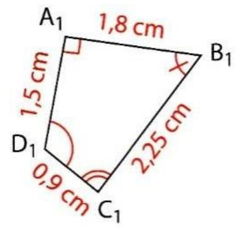
On dit que **k** est le **rapport d'agrandissement** (*ou de réduction*).

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- **les longueurs sont multipliées par k**.
- les angles sont conservés.
- le parallélisme est conservé.

Le quadrilatère $A_1B_1C_1D_1$ est une réduction du quadrilatère ABCD.



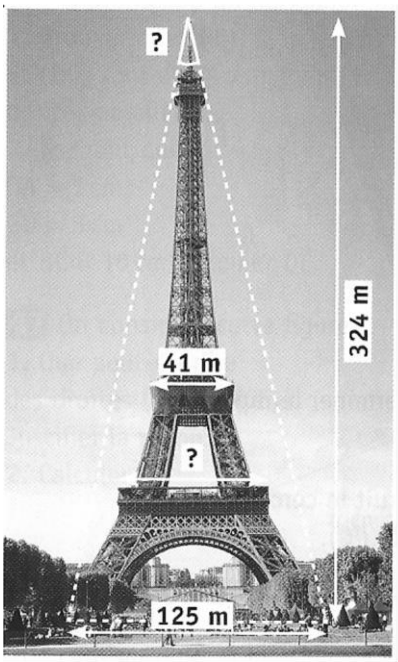


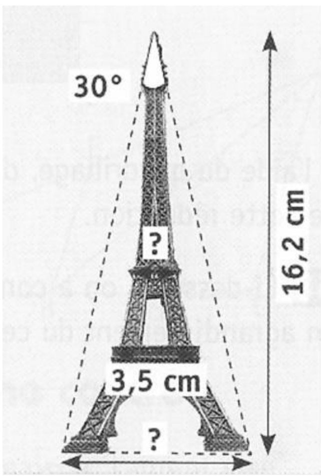
Le rapport de réduction k est égal à :

$$k = \frac{A_1D_1}{AD} = \frac{1,5}{2} = 0,75$$

Exercice

La maquette ci-dessous (figure de droite) est une maquette de la Tour Eiffel.

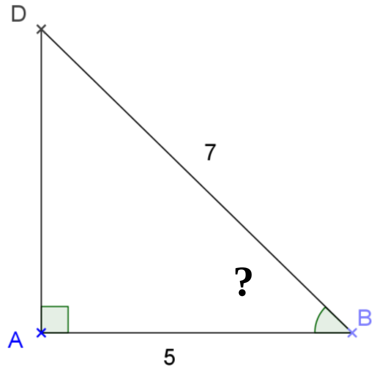




1. Lily affirme « La rapport de réduction est égal à $k = \frac{1}{2000}$. » A-t-elle raison ? Justifier.
2. Déterminer les données manquantes des deux figures.

Cosinus d'un angle aigu

Déterminer la mesure d'un angle



Dans le triangle ABD rectangle en A :

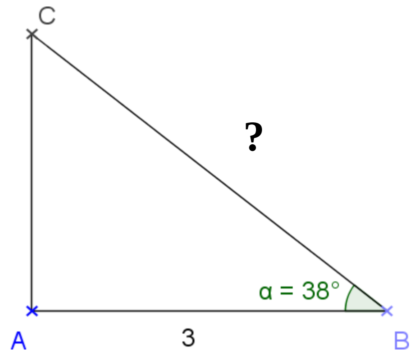
$$\cos \widehat{ABD} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABD}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{ABD} = \frac{AB}{AD}$$

$$\cos \widehat{ABD} = \frac{5}{7}$$

$$\widehat{ABD} \approx 44°$$

Déterminer la longueur d'un segment



Dans le triangle ABC rectangle en C :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{ABD} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\cos 38°}{1} = \frac{3}{AC}$$

$$AC = (3 \times 1) \div \cos 38°$$

$$AC \approx 3{,}8$$

Exercice 1

document 1 – La situation

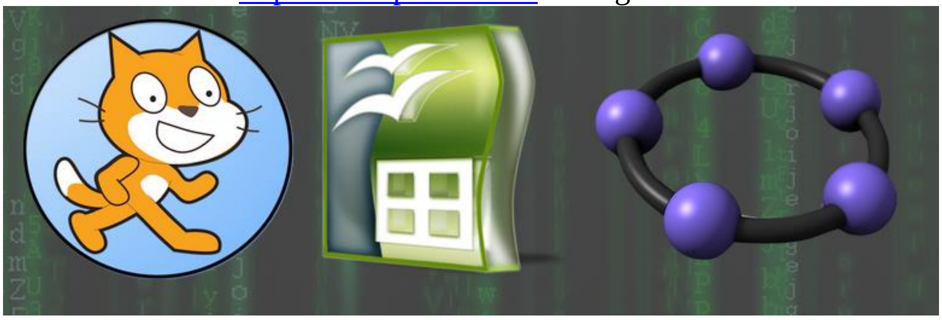
Pour fixer un lampadaire, Tony a placé une échelle de longueur AC = 320 cm. Le pied de l'échelle est à une distance BC = 95 cm du mur. Pour que l'échelle ne glisse pas, l'angle entre l'échelle et le sol doit être supérieur à 70°.

document 2 – Les données

L'échelle risque-t-elle de glisser ?

Un exercice utilisant l'informatique…

Retrouvez sur le site http://www.promath.fr/ les logiciels suivants.



Rappel

B5 =somme(B2:B4)

	A	B	C	D
1		Etats-Unis	Chine	France
2	or	46	38	11
3	argent	29	27	11
4	bronze	29	23	12
5	TOAL	=somme(B2:B4)		

Quand on utilise un tableur, il faut écrire dans les cellules des formules qui utilisent le nom des cellules comme « = B6 + B7 » ou « = B6 – B7 » ou « = B6 * B7 »
ou « = B6 / B7 ».
Attention : il ne faut pas oublier le signe « = ».

Le tableur calcule avec les nombres écrits dans les cellules.
Dès que les nombres changent dans les cellules, le tableur recalcule automatiquement.

On peut aussi utiliser les formules suivantes :
ou « = SOMME (A1 : A24) » (pour calculer la somme des nombres écrits dans les cellules A1 jusqu'à A24)
ou « = MOYENNE (C2 : C9) » (pour calculer la moyenne des nombres écrits dans les cellules C2 jusqu'à C9)

Pour éviter de recopier plusieurs fois la même formule en changeant juste le numéro de la ligne, on peut étendre (généraliser ou étirer) cette formule. Pour cela, on utilise le carré noir situé en bas de la cellule.

Exercice

Un comité d'entreprise offre aux enfants des employés un petit cadeau de Noël constitué de:

- une poupée pour les filles, une voiture téléguidée pour les garçons
- une coquille
- un Père-Noël en chocolat
- une carte de Noël

Le tout est emballé dans un joli sachet.

1- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D4 ?
2- Que doit-on faire pour compléter les cellules D5, D6, D7, D8 et D9 ?
3- Quelle formule doit-on entrer dans la cellule D10 ?

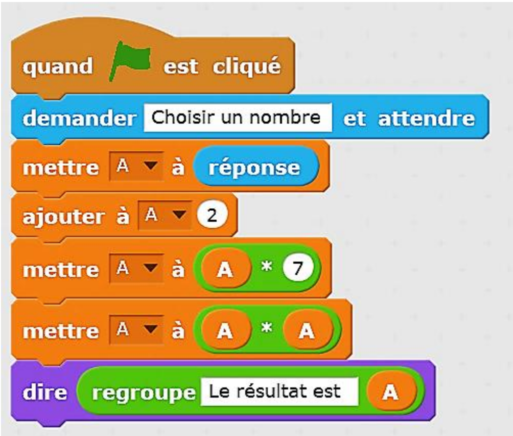
	A	B	C	D
1				
2				
3	**Désignation**	**Quantité**	**Prix unitaire (en €)**	**Prix (en €)**
4	Poupée	27	24,99	
5	Voiture téléguidée	22	27,99	
6	Coquille	49	0,90	
7	Père-Noël en chocolat	49	2,99	
8	Carte de Noël	49	0,50	
9	Sachet d'emballage	49	1,50	
10			**Total**	

Algorithmique : notion de variable

Exercices résolus

Enoncé

Voici un algorithme réalisé par Maxime :



1) Il a choisi 3 comme nombre.
(a) Quel sera le résultat final obtenu ?
(b) Écrire les calculs en un seul enchaînement d'opérations.

2) Traduire cet algorithme par une seule expression littérale.

Solution

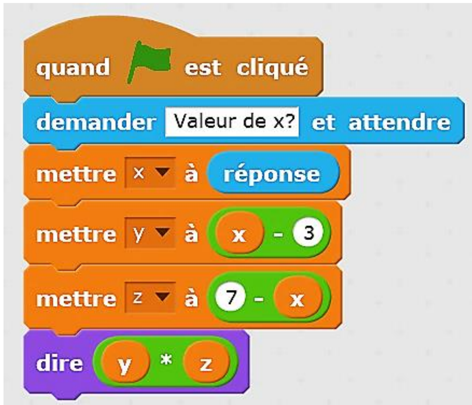
1) (a) Maxime choisit le nombre 3.
La variable A contient d'abord le nombre 3.
Elle contient ensuite le nombre $3 + 2 = 5$.
Puis, elle contient le nombre $5 \times 7 = 35$.
Finalement, la variable A contient le nombre $35 \times 35 = 1225$.
Le résultat final est donc 1225.

(b) En un seul enchaînement d'opérations, le calcul devient : $\left((3 + 2) \times 7\right)^2$.

2) En une seule expression littérale, cet algorithme se traduit par $\left((A + 2) \times 7\right)^2$.

Enoncé

Alex a écrit le script suivant pour automatiser un programme de calcul.



1) Déterminer le résultat obtenu par ce programme si Alex choisit comme nombre de départ :
(a) 5 (b) -4

2) Donner une expression littérale donnant directement le résultat de ce programme en fonction du nombre de départ x.

Solution

1) (a) Alex choisit le nombre 5.
La variable x contient 5.
La variable y contient $5 - 3 = 2$.
La variable z contient $7 - 5 = 2$.
Le résultat obtenu par ce programme est $2 \times 2 = 4$.

(b) Alex choisit le nombre -4.
La variable x contient -4.
La variable y contient $-4 - 3 = -7$.
La variable z contient $7 - (-4) = 7 + 4 = 11$.
Avec ce programme, on obtient $-7 \times 11 = -77$.

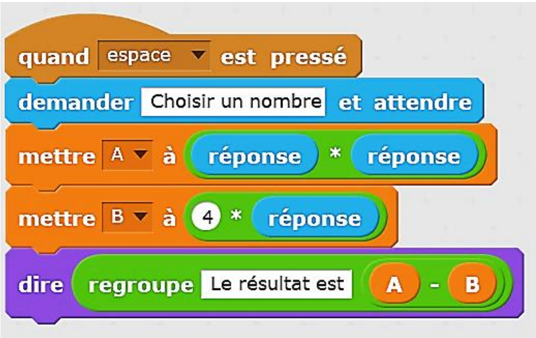
2) Alex choisit à présent le nombre inconnu x.
La variable x contient x.
La variable y contient $x - 3$.
La variable z contient $7 - x$.
L'expression littérale donnant directement le résultat de ce programme est donc $(x - 3) \times (7 - x)$.

Un exercice utilisant l'informatique…

A vous…

Exercice 1

Maëlle a écrit ce script dans Scratch.



1) Quel nombre obtient-on si on choisit le nombre 5 ?

2) Quel nombre obtient-on si on choisit le nombre -1 ?

Exercice 2

(Inspiré d'un sujet d'épreuve commune, lycée Gustave Eiffel, Armentières, janvier 2020)

On considère l'algorithme de calcul ci-contre.

1) Quel nombre obtient-on si on choisit $x = 2$?

2) Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions ci-contre , quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2)$$
$$B = (2x - 5) \times (3x + 2)$$
$$C = 2x - 5 \times 3x + 2$$

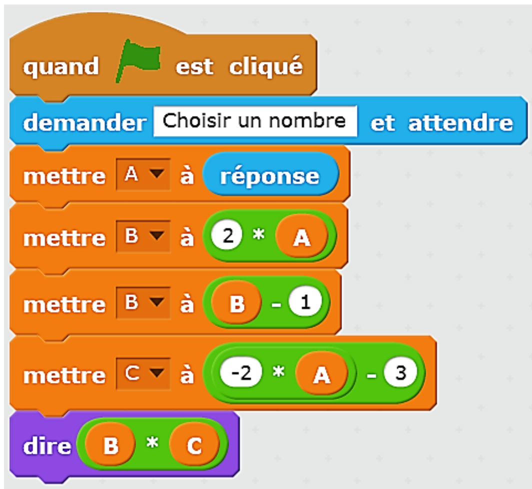
Exercice 3

On considère les deux programmes suivants.

Programme 1 :

- Choisir un nombre
- L'élever au carré et multiplier par -4
- Multiplier le nombre de départ par -4
- Ajouter les deux nombres trouvés puis ajouter 3

Programme 2 :

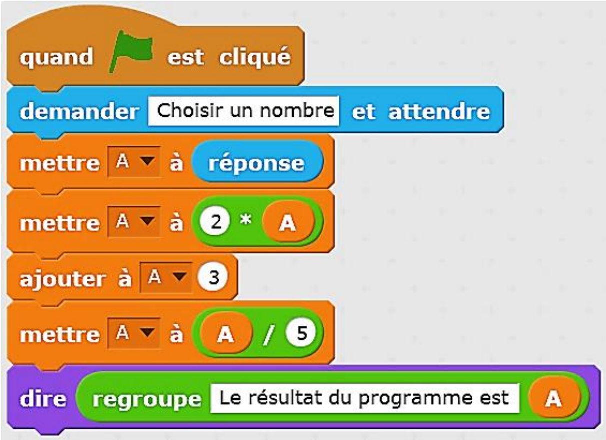


1) Quel nombre obtient-on avec chaque programme lorsque l'on choisit le nombre 2 ? Et le nombre -1 ?
2) Quelle conjecture peut-on émettre ?

Un exercice utilisant l'informatique…

Exercice 4

On donne le programme suivant qui traduit un programme de calcul.



1) Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul donné ci-contre.

- ➔ Choisir un nombre
- ➔ Multiplier ce nombre par 2
- ➔ …
- ➔ …

2) Si on choisit le nombre 8 au départ, quel sera le résultat ?

3) Si on choisit x comme nombre de départ, exprimer le résultat obtenu avec ce programme en fonction de x.

Le coin des curieux

Quelques éléments historiques :

Les premiers algorithmes dont on a retrouvé des descriptions datent des Babyloniens, au III^{e} millénaire av. J.-C.. Ils décrivent des méthodes de calcul et des résolutions d'équations à l'aide d'exemples. Le mot « algorithme » vient du mathématicien perse Muhammad Ibn Mūsā al-Khuwārizmī généralement appelé Al-Khwârismi. Al-Khwârismi est probablement né à Khiva au ? ème siècle. Ses écrits, rédigés en langue arabe, puis traduits en latin à partir du XII^{e} siècle, ont permis l'introduction de l'algèbre en Europe. Son nom a été latinisé en « algoritmi », pour finalement donner en français le mot « algorithme ». Al-Khwârismi a écrit plusieurs ouvrages mathématiques, le titre de l'un d'entre eux étant à l'origine du mot « algèbre » (« al-jabr » en arabe).

Source : Wikipédia

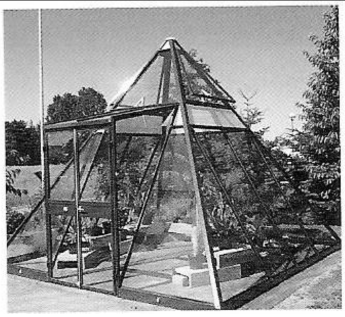
Quelques exercices non guidés…

Extrait du Bulletin Officiel – Modalité Epreuve de Mathématiques

Le sujet doit permettre d'apprécier la capacité du candidat à mobiliser ses connaissances et à mettre en œuvre une démarche scientifique pour résoudre des problèmes simples. Le sujet est constitué de six à dix exercices indépendants. **Un des exercices au moins a pour objet une tâche non guidée**, exigeant une prise d'initiative de la part du candidat. Les solutions exactes, même justifiées de manière incomplète, comme la mise en œuvre d'idées pertinentes, même maladroitement formulées, seront valorisées lors de la correction. **Doivent aussi être pris en compte les essais, les démarches engagées, même non aboutis.**

Exercice 1

Marc a installé dans son jardin un « espace zen » dans une pyramide de verre (document 1).
Cette pyramide régulière a pour base un carré de côté 3,30 m, sa hauteur mesure 2,80 m.
Marc a acheté un diffuseur d'huiles essentielles (document 2) pour cet « espace zen ».



document 1

<u>Caractéristiques techniques:</u>
Fonctionne sur secteur 220/240V, 50/60Hz.
Diffuseur en verre soufflé à la bouche.
Pour espace jusqu'à 10m³.
Contient 1 diffuseur, 2 synergies d'huiles essentielles bio de 15 ml,
1 adaptateur et une notice d'utilisation.

document 2

Marc a-t-il choisi un diffuseur adapté à son « espace zen » ?
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.

Exercice 2

Sur un pan du toit de la piscine d'hiver, une municipalité envisage de mettre des panneaux solaires et de vendre l'électricité produite.

Document 1 – La piscine d'hiver

Le toit de la salle des fêtes qui a la même orientation et la même inclinaison est équipé de 500 m² de panneaux solaires. Il a produit 48 678 kWh en un an, ce qui a rapporté à la mairie : 24 400 €.

Document 2 – Les panneaux de la salle des fêtes

Combien rapportera au même tarif la vente d'électricité produite par les panneaux solaires de la piscine ?

Exercice 3

(Extrait Mon cahier d’exercices 4ème, Belin)

1 Sécurité routière

À quelle vitesse doit-on rouler à scooter sur route mouillée pour que la distance d’arrêt soit presque la même que lorsqu’on roule à 50 km/h sur route sèche ?

Donner une valeur approchée à 1 km/h près.

La distance d’arrêt D_a (en m) d’un scooter s’obtient à l’aide de la formule suivante :

$$D_a = \frac{v}{3,6} + \frac{v^2}{254 \times f}$$

où v est la vitesse (en km/h) du scooter et f le coefficientd’adhérence.

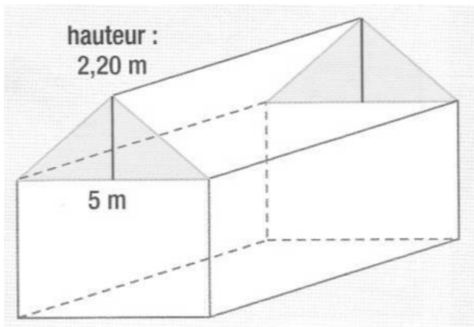
Coefficient d’adhérence sur route sèche : $f = 0,8$

Coefficient d’adhérence sur route mouillée : $f = 0,4$

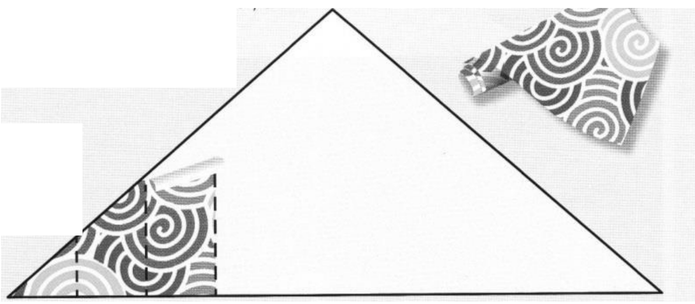
Exercice 4

(Extrait Maths 4ème, collection Horizon – Didier)

La famille Papierpin a fait appel à une célèbre décoratrice d’intérieur, afin de les aider à aménager leur grenier.
Elle décide de mettre du papier peint sur deux pans de mur ayant la forme de triangle isocèle.



Dimensions d’un rouleau : 10,05 x 0,53



Combien la décoratrice doit-elle acheter de rouleaux au minimum pour recouvrir ces deux murs ?